

As intersecções nos conteúdos de função e de geometria analítica observadas nos livros didáticos

Intersections in the contents of function and analytical geometry observed in textbooks

DOI:10.34117/bjdv7n2-034

Recebimento dos originais: 03/01/2021

Aceitação para publicação: 03/02/2021

Susana Ribeiro Soares

Mestra em Educação Matemática Profissional

Instituição: Universidade Federal de Juiz de Fora. Professora do Colégio Militar de Juiz de Fora (CMJF)

Endereço: Av. Presidente Juscelino Kubitschek, 5200 - Bairro Nova Era, CEP: 36087-000, Juiz de Fora – MG, Brasil

E-mail: susana.rs@bol.com.br

Tainara Camila de Souza

Graduanda em Engenharia Química pela Universidade Federal de Viçosa (UFV) e Técnica em Química pelo Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia – Campus Barbacena

Instituição: Universidade Federal de Viçosa

Endereço: Av. Peter Henry Rolfs, s/n, Campus Universitário, CEP: 36570-900, Viçosa – MG, Brasil

E-mail: tainaracamiladesouza@gmail.com

RESUMO

Diversas são as maneiras de relacionar e aprender os conteúdos matemáticos presentes em toda a grade acadêmica. É possível uma certa relação de alguns temas importantes que são abordados no ensino médio e que são cobrados em vários concursos e mediatrizes profissionais. Essa necessidade bate de frente com cenários que devem ser explorados e para isso, estudos e pesquisas têm de receberem estímulos para que possam se concretizar atingindo um patamar mais alto no índice da educação brasileira de forma a minimizar as diferenças sociais tornando o corpo social mais igualitário. Estabelecer relações entre alguns conteúdos pode contribuir para um progresso intelectual dos alunos. Funções de primeiro e segundo grau possuem íntima correspondência com equações da reta e da parábola, apresentadas no conteúdo programático do terceiro ano. Ou seja, o corpo discente, muitas vezes não se considera apto a resolver determinados exercícios pertinentes à temática da geometria, contudo, se houver uma indagação sobre o conteúdo que este já dispõe em seu intelecto, com certeza o estudante vai se deparar com um assunto que já foi discutido em sala de aula, mas que agora se manifesta explicitado de uma maneira diferente da convencional. Portanto, a proposta do trabalho é apresentar as típicas relações que eventualmente podemos estabelecer entre os conteúdos.

Palavras-chave: Educação, Estudantes, Ensino Médio, Funções, Geometria Analítica.

ABSTRACT

There are several ways to relate and learn the mathematical content present throughout the academic grid. It is possible to list certain important themes that are addressed in high

school and that are charged in various competitions and professional mediators. This need clashes with scenarios that must be explored and for that, studies and research must receive incentives so that they can materialize reaching a higher level in the Brazilian Education index in order to minimize social differences making the social body more egalitarian. Establishing relationships between some content can contribute to students' intellectual progress. First and second degree functions have close correspondence with equations of the line and parabola, presented in the syllabus of the third year. In other words, the student body often does not consider itself able to solve certain exercises relevant to the theme of geometry, however, if there is a question about the content that it already has in its intellect, the student will surely come across a subject which has already been discussed in the classroom, but which is now expressed in a different way from the conventional one. Therefore, the proposal of the work is to present the typical relations that we can eventually establish between the contents.

Keywords: Education, Students, High school, Functions, Analytical Geometry.

1 INTRODUÇÃO

Todos nós temos várias maneiras de aprendermos conteúdos que são úteis em nosso dia a dia. Para isso, dificuldades são superadas e barreiras são rompidas. Cada indivíduo possui suas próprias limitações, sendo a maior parte da população empenhada na busca de superá-las uma a uma. Vivemos com o intuito de tornarmos cidadãos melhores no futuro e a área acadêmica se dispõe com muita influência quando tratamos desse fator. São relações interpessoais e interdisciplinares que devem ter um foco maior, em função da vontade de se construir uma sociedade mais justa e integral.

No meio acadêmico essas relações não poderiam ser diferentes, métodos disciplinares devem ser bem dispostos e aplicados de modo eficiente e com grande empenho para que os objetivos sejam alcançados. Professores e alunos necessitam se empenhar e em um sistema de amplo mutualismo têm que se respeitarem, se ajudarem, mas acima de tudo nunca deixarem que a sede do conhecimento seja sanada.

O mercado de trabalho exige cada vez mais profissionais que cumpram com vigor os seus deveres, que sejam responsáveis e até mesmo criativos, sendo para isso, necessário que se tornem especialistas com altos índices de qualidade e capazes de assimilar assuntos previamente sem fundamentos, mas que quando analisados de uma maneira mais profunda, são capazes de trazer resultados meramente satisfatórios.

A matemática é uma ciência com uma matriz que conta com conceitos e conteúdo que são muito aplicados nas divergentes situações da vida, aprimorá-los e conciliar métodos funcionais com os da Geometria Analítica acaba por tornar evidente as preocupações com as formas contemporâneas de aprendizagem no Brasil. Tornar o ensino

dinâmico e de uma maneira que influencia pensamentos que possam ser explorados fora da sala de aula, além de auxiliar na construção de uma cultura mais elaborada, contribui também para a promoção de um corpo social mais igualitário.

A partir de tais considerações, fica clara a relevância que estes estudos e pesquisas sejam realizadas, principalmente em um ambiente escolar que trabalha em período integral e que possui professores empenhados em tornar esse ensino ainda melhor. São novas perspectivas e diretrizes apontadas justamente com o intuito de tornar mais sucinta e dinâmica as formas de análises conjugadas em favor de um bem maior, que se compreende em focar e transcender meios alternativos para evitar a defasagem em âmbitos acadêmicos.

Existem metodologias que intercalam e prescrevem que o corpo discente deve apresentar comportamentos que fazem a união entre formas benéficas de convivência entre os próprios alunos e também o conciliamento com panoramas de intelectos que venham ser bem sucedidos. É relevante que a escola conceba seu projeto educacional enquanto houver um conjunto de ações a serem tomadas objetivando uma formação crítica e transformadora. Formar alunos críticos, que reflitam sobre os problemas da sociedade e que tenham condições para intervir nela, transformando sua realidade, requer posturas pedagógicas diferenciadas e o apoio de pessoas mais experientes no ramo se faz necessário, ou seja, contar com a orientação de um profissional da área torna mais viável a implementação do estudo.

Diante das questões abordadas, a expectativa é que posteriormente autores possam avaliar e usufruir dessas e de outras destrezas e os alunos, que são os principais motivadores de tal estudo, futuramente venham aprender de um jeito mais funcional tudo aquilo que deve ser abordado.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 ENSINO E APRENDIZAGEM

O que se tem hoje na mentalidade de muitas pessoas sobre aprendizagem e educação, constitui um cenário inteiramente ligado com a cultura local e com tudo aquilo que é transmitido ao longo das gerações. Existem diversas pesquisas nessa área, que abordam tanto aspectos metodológicos, psicológicos e funcionais e que buscam sanar a dúvida sobre qual o melhor jeito de propagar o ensino e por isso faz-se necessária uma recapitulação de tudo aquilo que envolve a transfusão de conhecimento.

Saber sobre as histórias das disciplinas atuais nos permite fazer algumas analogias sobre as temáticas do passado e as modernas (CHERVEL, 1990). E é com base nessa caracterização que é possível identificar os primeiros significados de algumas palavras que ainda habitam o campo educacional e que são muito utilizadas, tais como: disciplina, conteúdo, matéria, grade curricular, entre outras.

Disciplinar pode ter significado no passado, algo divergente daquilo que conhecemos na atualidade. Antes o termo era usado como sinônimo de “matérias” e “conteúdos”, porém após a Primeira Guerra Mundial a palavra ganhou novos olhares e passou a dar sentido àquilo que caracteriza os indivíduos que possuem uma boa conduta. Já no século XX, “disciplina” seria derivada do latim e significaria “aquilo que o aluno recebeu do mestre” (CHERVEL, 1990).

Nos dias atuais, observa-se que o uso da palavra pode ocorrer de dois jeitos, mantendo-se o sentido do verbo “disciplinar”, relacionado a dar as regras e os métodos, ou ainda, para abordar os diferentes domínios do pensamento, do conhecimento e da arte, para separá-lo e/ou interpretá-lo deve-se levar em conta o contexto e a finalidade da utilização da mesma, ou seja, nesse contexto, têm-se a presença da ideia de que o saber escolar tem a ver com a própria escola (CHERVEL, 1990).

A escola por sua vez tem um papel não apenas com relação à educação de todos os seus educandos, mas também têm um compromisso fiel com as relações entre os seus componentes, que neste caso não se resume somente àqueles que estão dentro de sala de aula. É necessário que se tenha bons profissionais da área da saúde, das comunicações e, sobretudo na área de apoio às ideias e às condutas favoráveis para que haja uma conquista magnificente de todos os envolvidos. Como nas palavras de Chervel, 1990:

As histórias das disciplinas escolares não devem, entretanto, ser considerada como uma parte negligenciada da história do ensino que, depois de corrigida, viria a lhe acrescentar alguns capítulos. Pois não se trata de preencher uma lacuna na pesquisa. O que está em questão aqui é a própria concepção da história do ensino (CHERVEL, 1990, p.183).

Dentro do sistema acadêmico que hoje se tem disponível em nosso país, encontra-se uma variedade de disciplinas, que subdividem as várias áreas da ciência e obriga que cada uma abranja certa temática que se correlaciona com as outras, mas que embora interligadas contém aspectos particulares que as diferenciam entre si. Por exemplo, a Geografia é uma ciência que estuda basicamente os fenômenos que acontecem na superfície terrestre, enquanto a Biologia se ocupa de todas as coisas vivas existentes e a

Matemática das diversas correspondências dos números inventados com os acontecimentos da realidade.

Na maioria das vezes existe um profissional formado em uma determinada área e especializado para ministrar determinada disciplina. Há também aqueles que por terem conseguido um grau maior em níveis de graduação, são capazes de darem conta de mais de uma disciplina. Contudo, uma outra realidade que infelizmente incorpora o cenário da educação brasileira é que profissionais nem sempre dotados de uma especialização condizente à necessidade lecionam sem uma completa habilidade no ramo. E isso aliado ao desinteresse por parte de alguns alunos culmina em um descompasso nos níveis de aprendizagem e preparo para o mercado de trabalho.

As disciplinas são, portanto, fruto de um diálogo secular entre os mestres e os alunos, e esse diálogo constitui por assim dizer, o código das gerações que lentamente e minunciosamente é elaborado em conjunto por ambas as partes transmitido para as próximas descendências a fim de se obter a transmissão da cultura determinada (CHERVEL, 1990). Assim, elas adquirem um novo caráter, sendo este uma combinação de saberes e métodos pedagógicos e é a pedagogia quem transforma os ensinamentos em aprendizagem e cada disciplina não está sozinha no campo educacional, sendo dessa maneira, responsabilidade dos pedagogos encontrarem um modo que permite uma assimilação melhor e mais rápida por parte dos alunos de todos os conteúdos que deverão ser ministrados (CHERVEL, 1990).

Foi a existência das disciplinas que historicamente traçou o limite entre o ensino secundário e superior, em favor da formação profissional de cada indivíduo. E em convênio a esse limite disciplinar é que se foi evoluindo gradualmente em direção aos ensinamentos cada vez menos “disciplinares”, que por sua vez, eram cada vez mais “científicos” (CHERVEL, 1990).

Assim, cada profissional do ramo da educação deve estar ciente que seu papel dentro da sala de aula está muito além de simplesmente ditar o que as disciplinas mandam, eles devem educar o aprendiz e fazer com que o mesmo ao se deparar com os variados obstáculos da vida possa superar cada um deles e alcançar o êxito almejado.

A questão da comunicação tem se tornado algo cada vez mais importante quando se trata do interesse no desenvolvimento de cada empresa, isso reflete não apenas em uma melhora das relações sociais, mas também em um ganho financeiro maior que acaba sendo responsável pelo crescimento e desenvolvimento de uma certa região.

Mais do que uma simples transferência de informação de uma parte para outra, o ato de comunicação em si mesmo tem papel de destaque no processo de aprendizagem (ALRØ; SKOVSMOSE, 2006). As qualidades da comunicação podem se desdobrar em qualidades de aprendizagem, referindo-se tanto a elementos descritivos quanto normativos (FREIRE, 1972; ROGERS, 1994).

Uma das formas de comunicação envolve sistematicamente o “diálogo”, o qual se baseia no envolvimento de duas partes, sendo o mesmo sustentado por certo discurso analítico ou ainda sobre questionamentos e argumentos.

Um diálogo não é uma conversação como qualquer outra. Segundo Freire (1972):

Dialogar é um elemento fundamental para a liberdade de aprender [...] Mão e cabeça têm que andar juntas. Agir sem refletir resume-se a puro ativismo, e reflexão sem ação resume-se a verbalismo. Contudo, num diálogo, reflexão e ação podem enriquecer uma à outra (FREIRE, 1972, p. 75).

O incentivo aos diálogos no campo educacional se torna uma prática promotora do bem comum, sendo dessa forma, professores podem aceitar sugestões provenientes dos alunos às quais podem ter a finalidade da apresentação de algo novo ou simplesmente levantar um debate sobre determinado assunto. A partir do momento que certo pensamento ganha uma atenção especial do mestre e este valoriza cada um deles, demais alunos sentem-se encorajados a opinarem e melhoram também sua convivência social.

Uma corporação profissional especializada forma, informa, transforma as jovens gerações no sentido preliminarmente definido pela sociedade. O mestre faz os alunos adquirir todas as informações apenas depois de tê-las decomposto metodicamente em pequenos pedaços que eles assimilam um após o outro (CHERVEL, 1990). Sendo que as qualidades da comunicação na sala de aula influenciam as qualidades da aprendizagem de Matemática (ALRØ; SKOVSMOSE, 2006).

Na sociedade que vigora na atualidade, o capitalismo informacional ganha uma posição de destaque e adquire um caráter em que todos devem se tornar adaptados. Sendo dessa maneira, o senso crítico dos alunos deve ser devidamente apurado, pois todos estão sujeitos as divergências do campo social e as mesmas podem ser superadas se uma base do pensamento for bem delineada. Tudo isso consiste na capacidade do estudante de resolver questões de uma forma pregada pela democracia, que exige um alto nível de conhecimento e raciocínio analítico. A partir daí surgem algumas objeções sobre o modo de se ensinar Matemática nas escolas.

O propósito da matemática tradicional é apontar os erros e corrigi-los, sendo que até crianças que não tiveram um contato muito significativo com a Matemática, são capazes de entender esses princípios fundamentais e incorporá-los ao longo de toda a sua vida acadêmica (ALRØ; SKOVSMOSE, 2006). A realidade de nossos sistemas educacionais não coloca os docentes em contato direto com o problema das relações entre finalidades e ensinamentos. A função maior da “formação dos mestres” é a de lhes entregar as disciplinas inteiramente elaboradas, perfeitamente acabadas, as quais funcionarão sem incidentes e sem surpresa por menos que eles respeitem seu “modo de usar” (CHERVEL, 1990).

A busca pela verdade absoluta da matemática submete professores e alunos a uma procura constante de “onde está o erro”, entretanto esse absolutismo se depara de frente com o relativismo, em que uma coisa adquire várias interpretações e que alguns podem considerá-la com verdade, enquanto outros não, contudo, em um contexto matemático mais amplo, o relativismo tem sido promovido tanto pelo construtivismo radical quanto pelo social (ALRØ; SKOVSMOSE, 2006). Todos os tipos de delitos cometidos pelos alunos, na hora da correção, se tornam apenas erros que devem ser corrigidos pelos professores, os quais transformam a resposta do exercício em uma forma unânime, entendida por toda a turma, gerando assim, uma verdade absoluta para aquele caso.

Os professores se encontram em meio a um conflito do Ensino Matemático: educar os alunos a ser abertos e críticos, e por outro lado eles sentem-se impelidos a seguir um livro-texto que conduz os estudantes a estarem aptos a enfrentar certo tipo de prova, como o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), por exemplo.

Toda a lógica da Educação Matemática baseada no absolutismo burocrático, ou seja, que se sustenta com base no comodismo educacional que é trazido ao longo de séculos, passa por uma análise que implica na procura de novos meios para se educar o corpo discente, tornando o próprio como protagonista desses episódios da vida acadêmica (ALRØ; SKOVSMOSE, 2006).

As atividades de aproximação indicam um aspecto fundamental da aprendizagem e essa aproximação pode ser embasada em atividades que reúnem perspectivas antes consideradas divergentes, mas que a partir de certo momento, apontam para o mesmo objetivo (ALRØ; SKOVSMOSE, 2006). É na aplicação em níveis particulares e/ou coletivos é que se têm noção do quanto o aluno realmente aprendeu. Sabe-se que na atualidade, que aquilo que o aluno aprende não tem grande coisa a ver com o que o professor ensina (CHERVEL, 1990).

A Educação Tradicional de Matemática varia de país para país e, conseqüentemente de cultura para cultura e pode sofrer mudanças de tempos em tempos, mas sempre segue o mesmo padrão de aprendizagem que confere basicamente na apresentação do conteúdo e suas técnicas, seguida da resolução de exercícios e posteriormente da correção dos mesmos. Costuma-se haver entre essas atividades a presença de deveres que devem ser realizados em casa, para que haja maior fixação da matéria (ALRØ; SKOVSMOSE, 2006).

A vontade de alcançar os países de primeiro mundo, juntamente com o desenvolvimento mundial de diversos deles, trouxe à tona várias questões que envolvem diretamente as maneiras de se educar. Alguns optaram por incorporar um novo modelo de aprendizagem, o qual instiga os alunos a pensarem em possíveis soluções de problemas, tudo com base no pensamento crítico (estimulado o tempo todo) que vêm apresentando bons resultados e sendo aceito em variadas regiões.

No Modelo-CI (Cooperação Investigativa) se faz presente alguns elementos tais como: estabelecer contato (que envolve questões investigativas), perceber (que envolve o exame de indícios que são despertados pela curiosidade), reconhecer (que envolve esforços de explicação e justificação), posicionar-se (que é crucial para esgotar as possibilidades das justificações), pensar alto (que pode incumbir na manifestação de pensamentos e sentimentos), reformular (que pode ocorrer com o parafraseamento, ou seja, a repetição das mesmas coisas novamente, procurando focar nos termos e nas ideias-chaves), desafiar (que acaba por atingir um ponto de inflexão na investigação) e por último avaliar (que pressupõe apoio, crítica e feedback construtivos); que, juntos formulam padrões de ensino em conjunto, os quais buscam soluções para os problemas em grupo e de uma forma mais dinâmica (ALRØ; SKOVSMOSE, 2006).

Em uma Educação Matemática baseada no Modelo de Cooperação Investigativa, os alunos são capazes de propor as atividades que são exploradas no cenário acadêmico. O professor, dessa vez, faz apenas o papel de consultor e no final são apresentados alguns trabalhos e desafios que foram desenvolvidos e que contam com um elevado índice de dificuldade (ALRØ; SKOVSMOSE, 2006). Toda aprendizagem tem um começo e quando o aluno é portador de algum conhecimento ele deve compartilhar para que o Modelo-CI funcione por completo (ALRØ; SKOVSMOSE, 2006).

Os alunos estabelecem contato como forma de criar uma sintonia entre ambos sempre com base em uma relação de respeito mútuo, responsabilidade e confiança (ALRØ; SKOVSMOSE, 2006). Práticas de motivação devem ser realizadas pelos pais da

criança e por seus professores, elas além de preparar os alunos, ainda selecionam os materiais mais atrativos e que despertam um maior interesse (CHERVEL, 1990). Desde que compartilhamos certa perspectiva, somos capazes de construir uma mola-mestra para a produção de significados, que mais tarde pode fundamentar em uma comunicação benéfica aos seus participantes (ALRØ; SKOVSMOSE, 2006). O Modelo-CI consiste em um conjunto de elementos de comunicação, que podem ocorrer de diversas formas e em qualquer ordem. São certas qualidades da comunicação que conduzirão à certas qualidades de aprendizagem (ALRØ; SKOVSMOSE, 2006).

O importante é estabelecer um ambiente de aprendizagem confortável e respeitoso e uma atmosfera de confiança mútua, nos quais se torna possível experimentar experiências passageiras (ALRØ; SKOVSMOSE, 2006). Um diálogo em sala de aula não pode ocorrer sob a égide do medo ou da força. Há de haver um clima de confiança mútua (ALRØ; SKOVSMOSE, 2006).

Essa confiança existente entre alunos e mestres tem que ser inteiramente verdadeira. Os estímulos as atividades que foram bem realizadas devem acontecer de maneira íntegra e de forma que o aluno venha se interessar cada vez mais por cada aula que seja lecionada. Assim, um ambiente em que todos estejam interessados no assunto favorece um aprendizado maior e conta com um clima harmonioso em que o objetivo é apenas um: progredir em quantidade, mas, sobretudo em qualidade.

A escola tem por objeto não somente instruir as crianças e os adolescentes, mas também lhes dar uma cultura sólida. Entretanto, não se pode ter noções exatas do quanto essa aculturação atingiu os jovens (CHERVEL, 1990). Sabe-se que Matemática é uma área na qual somente argumentos convincentes conseguem sobreviver, e dessa maneira, o pensamento matemático abre as portas para um tipo de raciocínio e de diálogo que caracterizam a democracia (ALRØ; SKOVSMOSE, 2006).

Diante de tudo aquilo que incorpora o corpo social existente, fica claro que a educação integra uma das maiores preocupações quando se trata da vontade de modificar um país para melhor e torná-lo mais desenvolvido. Uma adaptação às novas formas de aprendizagem faz-se imprescindível e a Educação Matemática não pode ficar de fora, sendo necessária uma ampla rede de pesquisas, projetos e ações que visam uma melhor aculturação do corpo discente e conseqüentemente uma mudança nas diferenças coletivas.

3 MATERIAIS E MÉTODOS

Em primeira instância, o desempenho do projeto se baseou em três partes principais, que foram: a coleta de dados sobre os livros dispostos na Biblioteca do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia – Campus Barbacena, a análise dos conteúdos funcionais e da geometria analítica, que os mesmos apresentavam, e por último a elaboração escrita dos resultados encontrados após as análises, que seguiram em conjunto com a leitura e interpretação de textos-bases que ajudaram como material de referência.

A coleta dos dados se fez em momentos oportunos e seguindo a política da carga horária ministrada pelos órgãos superiores e como o manancial de livros com os conteúdos necessários à pesquisa era bastante vasto, foi preciso uma seleção dos melhores e mais utilizados tanto pelos alunos como pelos professores e também o critério das apresentações e discussões encontradas em cada exemplar foi levado em consideração.

As obras que foram escolhidas para serem analisadas de uma forma direta e que contavam com todas as características necessárias à pesquisa foram quatro, e são elas:

- Matemática- Volume Único dos autores Benigno Barreto Filho e Cláudio Xavier da Silva (Figura 1). Nesse livro foi notado que os textos que explicam o conteúdo são bastante simples e os exercícios são quantitativamente de um índice elevado e suficientes para que os conceitos sejam fixados, sem muitos esforços complementares. A citação da ocorrência de vários casos especiais também é notificada com frequência, sendo para isso, utilizadas exemplos de questões de várias universidades famosas.

Justamente por ser uma obra de volume único os autores também exploraram a área da Geometria Analítica e esse conteúdo segue sua procedência com a mesma atenção e segue o mesmo modelo dos temas relacionados às Funções.

- Matemática Completa (3ª Série) dos autores José Ruy Giovanni e José Roberto Bonjorno (Figura 2). Nesse exemplar é narrada uma pequena história dos antigos matemáticos que serve de base à introdução do assunto. A representação dos pontos, retas e planos é feita de uma maneira fácil de ser compreendida e os exercícios são de uma forma bastante dinâmica, ou seja, são exercícios que levam os alunos muitas vezes a pensarem e imaginarem situações tridimensionais que podem ocorrer. Os exercícios propostos são de universidades e institutos famosos e a linguagem utilizada

não é complicada e instigam os alunos a refletirem sobre coisas que acontece no dia a dia.

- Matemática – Ciência e Aplicações – Volume 3; 2007 dos autores Gerson Iezzi, Osvaldo Dolce, David Mauro Degenszajn, Roberto Périgo e Nilze de Almeida (Figura 3) apresenta uma característica peculiar e muito importante neste livro, em que ele propõe uma grande variedade de desafios aos alunos e por ter um foco para o Enem e outros vestibulares, apresenta uma sessão de testes que combina uma série de questões que já caíram em vestibulares famosos. Com a representação de um grande número de formas e cores, o livro tenta aproximar e cativar mais o aluno a aprender determinada matéria. Também faz uso de uma terminologia mais cotidiana que acaba por aproximar os estudantes dos conteúdos que teoricamente situam-se mais distantes da realidade.
- Matemática – Ciência e Aplicações – Volume 3; 2013 dos autores Gerson Iezzi, Osvaldo Dolce, David Mauro Degenszajn, Roberto Périgo e Nilze de Almeida (Figura 4) é uma obra utilizada aqui no campus pelos alunos do terceiro ano do Ensino Médio. O livro também segue o mesmo padrão dos anteriores (volumes 1 e 2), porém desta vez, abordando temáticas condizentes à Geometria Analítica, que se encontram já no início do livro.

Nesse exemplar, mais atualizado, é verificada a presença de gráficos intercalados com exemplos e exercícios que dão uma visão primitiva de como podemos interpolar métodos funcionais com a Geometria Analítica.

Figura 1: Matemática – Volume Único dos autores Benigno Barreto Filho e Cláudio Xavier da Silva.

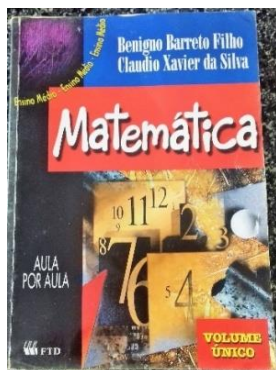


Figura 2: Matemática Completa (3ª Série) dos autores José Ruy Giovanni e José Roberto Bonjorno.



Figura 3: Matemática – Ciência e Aplicações – Volume 3; 2007 dos autores Gerson Iezzi, Osvaldo Dolce, David Mauro Degenszajn, Roberto Périgo e Nilze de Almeida.

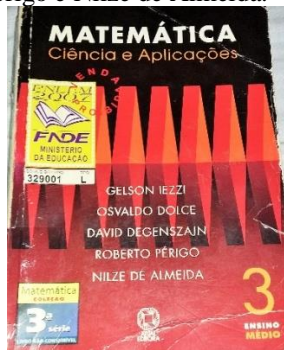
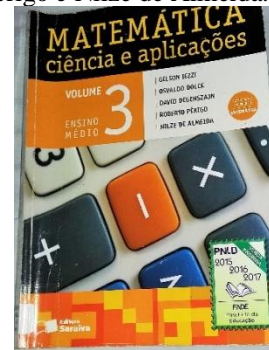


Figura 4: Matemática – Ciência e Aplicações – Volume 3; 2013 dos autores Gerson Iezzi, Osvaldo Dolce, David Mauro Degenszajn, Roberto Périgo e Nilze de Almeida.



A segunda parte que entrou nas análises dos conceitos e conteúdos importantes para o estudo contou com a apuração das informações sobre cada temática abordada e novamente selecionando aquelas consideradas com um nível maior de relevância e destaque.

Já a terceira parte do estudo levou em conta todos os resultados obtidos e após a leitura de referenciais teóricos que se baseiam em pilares do ensino e da aprendizagem na área de Educação Matemática e que possibilitou a confecção e procedência do projeto com fins destinados à futura maneira de se transmitir todo o conhecimento e os métodos que se correlacionam com a disciplina que deve ser ministrada em sala de aula e abranger também olhares voltados para a vida em sociedade.

As obras que serviram de base para o referencial teórico e toda a parte conceitual incluiu o trabalho de André Chervel, um dos mais renomados pesquisadores franceses, que aprofundou nas análises relacionadas ao ensino e à educação e apresentou um significativo artigo “A história das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa”, traduzido e publicado na revista *Teoria & Educação*, em 1990. Na concepção deste autor a escola é, por excelência, o lugar do conservadorismo, da inércia e da rotina, sendo que, do seu ponto de vista, o saber escolar é fundamental para se entender e ultrapassar os pressupostos de uma visão que reforça a ideia de que são os agentes históricos os promotores das mudanças que estão fora da escola e interferem diretamente de acordo com o poder político institucional que cada um contém. Ou seja, sua criação serviu de suporte na compreensão da influência do meio externo tanto nas mediações escolares - aprendizagem e educação - como também nos âmbitos particulares dos alunos.

A produção dos educadores matemáticos dinamarqueses Helle Alrø e Ole Skovsmose relaciona a qualidade do diálogo em sala de aula com a aprendizagem. O livro

foi traduzido por Orlando Figueiredo e publicado no ano de 2006. Nele, os autores que apoiaram suas ideias nas de Paulo Freire e nas de Carl Rogers, trazendo exemplos da sala de aula para substanciar o conjunto de hipóteses que propõem acerca das diferentes maneiras de comunicação no ambiente acadêmico, de tal forma que configuram novos métodos de aprendizagem baseados nos modelos de CI (Cooperação Investigativa).

Assim, toda a pesquisa se embasou nessas ferramentas e cadenciou uma ampla discussão sobre os novos métodos que vem surgindo a fim de melhorar a situação da educação a nível mundial e também se preocupou em apontar outras diretrizes que consolidam em uma nova maneira de correlacionar o conteúdo de Funções com o conteúdo da Geometria Analítica.

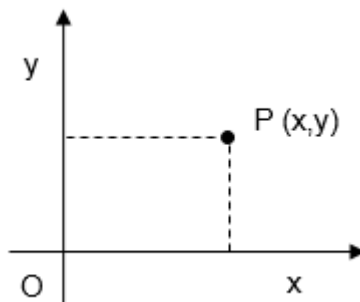
4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

4.1 RELACIONANDO OS CONTEÚDOS DE FUNÇÃO E DE GEOMETRIA ANALÍTICA

A localização de pessoas, lugares ou objetos constitui um importante fator não só para a sociedade em geral, como também para a comunicação global. É necessário que se tenha uma maneira de informar que seja única e específica. Assim, segundo registros, o interesse por se saber onde as coisas se localizam, vem de muito tempo e, no século 11 a.C., o astrônomo grego Hiparco teria criado o sistema de coordenadas geográficas de latitude, a qual se dá pela medida em graus da distância de certo ponto até a Linha do Equador, ou seja, existe a divisão Norte-Sul, e, longitude, a qual se dá pela medida em graus da distância de certo ponto até o Meridiano de Greenwich, o que determina a divisão Leste-Oeste, sendo que para isso ele utilizou a matemática e a observação dos astros celestes (LUCÍRIO; HEYMANN, 1992). A partir de tal invento, em que a latitude se consolidava pelas medidas na horizontal (eixo x) e a longitude se consolidava em valores referentes a vertical (eixo y), foi possível a descrição de um ponto exato no planeta, o qual se baseia no plano cartesiano que consiste justamente na junção das duas coordenadas.

Como os princípios matemáticos estão envolvidos no sistema cartográfico e no sistema cartesiano, eles são levados às salas de aula e representam para os alunos a noção de localização de pontos, retas e até mesmo figuras, sendo dessa maneira determinados dois eixos (x e y), que compõem o chamado Plano Cartesiano. O qual pode-se observar na Figura 5, em que está representado o ponto P em suas coordenadas x e y.

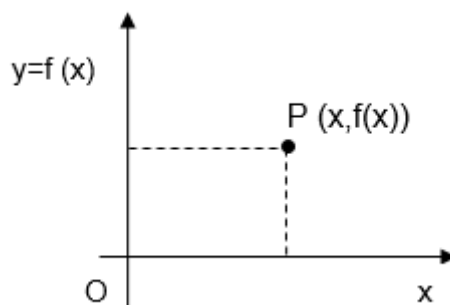
Figura 5: Representação do ponto P e suas coordenadas x e y no Plano Cartesiano.



Fonte: SOUZA, 2016.

Quando nos deparamos com o conteúdo de Funções, por exemplo, obtemos vários pontos e depois através do sistema cartesiano construímos um gráfico, traçamos uma reta (no caso da função afim) e, detectamos qualquer valor que quisermos, desde que este obedeça a lei da função. Inicialmente, ao aprendermos tal conteúdo nos encontramos com notações as quais precisam ser bem entendidas para que sejam corretamente aplicadas. Ao escrevermos $f(x) = x$, é importante que fique claro que $f(x) = y$ e que produz o mesmo significado se tal troca acontecer de $f(x)$ por y . Assim, analogamente podemos escrever $y = x$, observe a explanação do conteúdo e a construção do gráfico na Figura 6.

Figura 6: Representação do ponto P e suas coordenadas x e y no Plano Cartesiano, levando em consideração o conteúdo funcional.



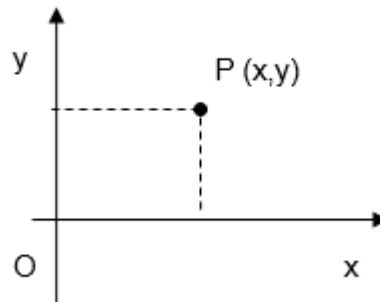
Fonte: SOUZA, 2016.

Aprofundando um pouco mais, dizemos que x é a variável independente e y a variável dependente. E destacando duas vertentes que estão presentes dentro do conteúdo de funções, têm-se a presença das termologias Domínio (conjunto dos valores possíveis das abscissas (x), ou seja, a região do universo em que a função pode ser definida) e Imagem (conjunto dos valores das ordenadas (y) resultantes da aplicação da função $f(x)$, ou seja, da lei de associação mencionada).

Paralelamente, em Geometria Analítica, trabalhamos com as coordenadas (x,y) , tal que x é o eixo das abscissas e y o eixo das ordenadas. Os quatro quadrantes,

determinados pela Geometria de René Descartes também se consolidam nos mesmos utilizados na temática funcional. Assim o encontro de dois valores nos dá um ponto P no plano cartesiano denotado por: $P(x,y)$, como é demonstrado no gráfico a seguir da Figura 7.

Figura 7: Representação do ponto P e suas coordenadas x e y no Plano Cartesiano, levando em consideração o conteúdo da geometria analítica.



Fonte: SOUZA, 2016.

Se observarmos ambas as abordagens dadas aos conteúdos, ou seja, do “ponto de vista” do estudo de funções escrevemos $P(x, f(x))$ e do ponto de vista da Geometria Analítica escrevemos $P(x, y)$, concluímos que, embora esses conteúdos sejam tratados em séries distintas (1º e 3º ano do ensino médio) respectivamente, produzem o mesmo significado se olhados isoladamente, ou seja, deixando de lado as várias aplicações que são próprias de cada conteúdo.

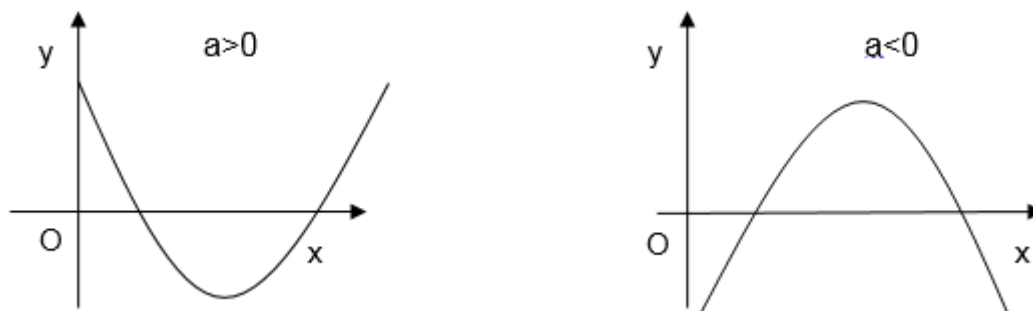
No caso da função afim: $f(x) = ax + b$, com $(a \neq 0)$ ou $y = ax + b$ com $(a \neq 0)$, tem-se a representação geométrica de uma reta. O número a é chamado coeficiente de x , o qual se estabelece como coeficiente angular e está relacionado com a declividade da reta em relação ao eixo das abscissas. Já o termo constante b é chamado coeficiente linear da reta. Para $x = 0$, temos $f(x) = a \cdot 0 + b$. Sendo dessa maneira, o coeficiente linear é a ordenada do ponto em que a reta corta o eixo Oy (IEZZI et al, 2006).

A respeito da Geometria Analítica, esta também apresenta uma equação geral que se consolida em uma reta, a qual se faz pela seguinte expressão: $ax + by + c = 0$, assim sendo, é de suprema relevância perceber que, se isolarmos o termo y por: $by = -ax - c$, ou seja, $y = -ax/b - c/b$ temos a equação $y = mx + n$ ($m \neq 0$) que é a forma reduzida da equação da reta da Geometria, sendo $m = -a/b$ e $n = -c/b$. A nomenclatura de coeficientes angular e linear se mantém, determinando que m é o coeficiente angular da reta e que n é o seu coeficiente linear. O número responsável pela declividade da reta, ou seja, m pode ser obtido através da correlação que $m = \text{tg}\alpha$ (IEZZI et al, 2006). Queremos dizer

então, que existe uma relação íntima na determinação da lei que rege uma reta no conteúdo de Funções e da reta que se forma na Geometria Analítica. Este vínculo muitas vezes não é observado, porém, como descrito, é de fácil percepção avaliar que os mesmos estão em íntegra familiaridade.

Outra subdivisão do conteúdo de Funções que é ministrada na sala de aula é a das Funções Quadráticas, também chamadas de Funções Polinomiais do 2º grau, ou ainda, de Funções do 2º grau. O grau de uma variável independente é dado pelo seu expoente. Assim, as funções do segundo grau são dadas por um polinômio que possui uma variável independente de grau 2 (BONJORNO; GIOVANNI, 2005). A função quadrática é a função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ que associa, a cada número real x , o número real $ax^2 + bx + c$, com a , b e c reais e $a \neq 0$ (FILHO; SILVA, 2000). Em um sistema cartesiano ortogonal, o gráfico de uma função quadrática é representado por uma curva, à qual dá-se o nome de parábola e a mesma pode ter a concavidade voltada para cima ($a > 0$) ou para baixo ($a < 0$), acompanhemos na Figura 8 o esboço das duas formas:

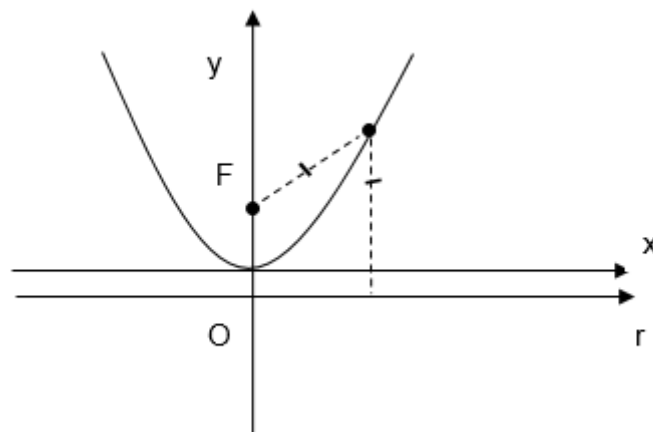
Figura 8: Representação do gráfico da parábola da função quadrática, estando à esquerda o gráfico da parábola com concavidade para cima ($a > 0$) e à direita a concavidade para baixo ($a < 0$).



Fonte: SOUZA, 2016.

Na Geometria Analítica, dizemos que os pontos da parábola possuem uma característica comum, que é justamente o fato de todos eles estarem equidistantes a um certo ponto fixo e a uma certa reta fixa. A esse ponto fixo (F) damos o nome de Foco e a essa reta fixa (r) damos o nome de diretriz. Assim para determinar uma equação da parábola, podemos fixar um exemplo em um Plano Cartesiano de tal modo que o foco da parábola seja $F(0, p)$ e a diretriz seja $r: y = -p$. Por definição se um ponto $P(x, y)$ qualquer pertence à parábola, então: $d(P, F) = d(P, r)$, acompanhe na Figura 9:

Figura 9: Representação do gráfico da parábola dentro do conteúdo de geometria analítica, apresentando ênfase no foco e na diretriz.



Fonte: SOUZA, 2016.

A partir do exemplo do gráfico, somos capazes de escrevermos uma equação para esta parábola, mas que pode servir de modelo a todas às outras. Devemos calcular a distância de $d(P,F)$ – que se faz por: $\sqrt{(x - 0)^2 + (p - y)^2}$ e a distância de $d(P, r)$ – que se faz por: $|y + p|$. Como ambas possuem a mesma distância, podemos igualá-las e chegar à equação: $y = \frac{1x^2}{2p}$

O foco da parábola auxilia a definir a sua equação, ou seja, se tivermos um foco localizado no eixo das ordenadas a equação poderá ser $y = \frac{1x^2}{2p}$ ou $y = \frac{-1x^2}{2p}$ e, se tivermos o foco no eixo das abscissas, temos: $x = \frac{1y^2}{2p}$ ou $x = \frac{-1y^2}{2p}$.

Por exemplo, na função encontrada no livro do terceiro ano, os autores procuraram demonstrar a correspondência existente entre ambos assuntos. No caso, tem-se que $y = 2x^2$, uma função quadrática incompleta e que tem por gráfico uma parábola com $2 = \frac{1}{2p}$, cuja fórmula é trabalhada na Geometria Analítica.

Logo, uma comparação da parábola apresentada na função quadrática e a parábola que se faz presente na Geometria Analítica pode ser feita sem grandes esforços. Por conseguinte, podemos compreender que o grau da função (2) é o mesmo apresentado na equação reduzida da parábola da Geometria e que se invertemos os termos existentes na expressão algébrica, chegaremos a uma mesma fórmula.

Deste modo ressalta-se a forte correspondência dos dois assuntos que são estudados desde muitos séculos atrás e que, ainda hoje, muitas vezes apresentam-se como um desafio que o corpo docente tem que transmitir e que o corpo discente tem que enfrentar.

5 CONCLUSÕES

Diante das questões apresentadas em todo o estudo torna-se de fácil percepção as relações existentes entre os conteúdos funcionais e os da Geometria Analítica. Atribui-se destaque às formas correspondentes das representações dos pontos e também à similaridade das equações da reta, que é tida dentro de funções como $f(x) = ax + b$ ($a \neq 0$) e dentro da geometria como $y = mx + n$ ($m \neq 0$), além disso, outra paridade encontrada está na equação da parábola, que dentro da temática funcional apresenta-se como uma equação do segundo grau (ax^2+bx+c) e dentro do raciocínio analítico se faz por várias equações, dentre elas: $y = \frac{1x^2}{2p}$.

Como demonstrado na parte específica do trabalho, às vezes quando os estudantes se deparam com os conteúdos de Geometria Analítica, no terceiro ano, eles não conseguem assimilar que em determinadas equações só houve uma remodelação das ordens de certos termos e isso vem se tornar, na visão dele, um empecilho para progredir no conteúdo, ou seja, após correlacionar os dois assuntos, modifica-se o olhar sobre a disciplina o que contribui para a total compreensão do aluno.

Vale destacar que ao fazer a análise dos livros didáticos, foi possível concluir que em momento algum são mostradas as relações existentes entre os dois conteúdos, ou seja, o de Funções e o de Geometria Analítica. Com isso, o aluno acaba sendo direcionado a aprender da maneira clássica, a qual muitas vezes os tornam verdadeiras marionetes que apenas reproduzem o que lhes é transmitido sem fazer uma reflexão profunda dos conteúdos trabalhados.

Desta forma, fica claro também que a Educação Matemática se faz a partir de opiniões, conceitos e discussões que envolve o conciliamento entre mestres e alunos e, é a partir disso que existe a necessidade de se optar por ensino dinâmico a fim de obter uma aprendizagem sob um universo maior e conseqüentemente tanto a cultura quanto a vida profissional do estudante serão beneficiadas.

Sendo assim, apontar caminhos para que relações entre os conteúdos da Educação Matemática Crítica possam ser traçados é um quesito muito importante que releva não somente aspectos acadêmicos como também sociais e informacionais. Ou seja, o corpo discente juntamente com o corpo docente só sai em vantagem quando há investimentos em pesquisas dessa categoria e como corporação em âmbitos maiores, a sociedade se torna a maior favorecida e contemplada.

REFERÊNCIAS

ALRØ, H.; SKOVSMOSE, O. *Diálogo e Aprendizagem em Educação Matemática*, 2006.

CHERVEL, A. *História das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa. Teoria & Educação*, 1990.

FILHO, B. B.; SILVA, C. X. *Matemática – Volume Único*, 2000.

FREIRE, P. *Pedagogy of the oppressed*. Nova Iorque: Herder and Herder, 1972.

GIOVANNI, J.R.; BONJORNO, J. R. *Matemática Completa*, 2005.

IEZZI, G.; DOLCE, O.; DEGENSZAJN, D.; PÉRIGO, R.; ALMEIDA, N. *Matemática: Ciência e Aplicações*, 2007.

IEZZI, G.; DOLCE, O.; DEGENSZAJN, D.; PÉRIGO, R.; ALMEIDA, N. *Matemática: Ciência e Aplicações*, 2013.

LUCÍRIO, I. D.; HEYMANN, G. *Superinteressante: O mundo na palma das mãos*, 1992. Disponível em: <<http://super.abril.com.br/tecnologia/o-mundo-na-palma-das-maos>>. Acesso em: 19 jan. 2016.

ROGERS, C. R. *Freedom to learn* (3rd ed.). Nova Iorque: Macmillan College Publishing Company, 1994.