

**Construindo o conceito e operacionalizando frações com materiais concretos****Building the concept and operating fractions with concrete materials**

DOI:10.34117/bjdv6n10-504

Recebimento dos originais:01/10/2020

Aceitação para publicação:23/10/2020

**Givaldo da Silva Costa**

Especialista em Matemática

Secretaria de Educação do Estado de Pernambuco

Av. Jean Emile Favre, 1008 – Bairro Ipsep / Recife- PE – CEP: 51.190-450

E-mail: givaldocosta59@gmail.com

**RESUMO**

Em pleno Século XXI, grande parte dos estudantes brasileiros, nos mais diversos níveis de escolaridade, sentem dificuldades em assimilar o ensino-aprendizagem envolvendo números racionais, em especial as frações. Na hipótese de que um dos principais motivos está na restrita exploração, no ambiente escolar, da aplicação de apenas um dos seus significados conceituais: o significado de repartição e deixando em segundo plano o de medição, bem como na falta da prática cotidiana do uso de materiais concretos manipulativos, este trabalho, que tem tido ótima aceitação nas Formações Continuadas de Professores, tem como prioridade construir o conceito de frações à luz dos seus principais significados, buscando uma explicação na origem epistemológica da sua palavra, associando à nomenclatura dos seus termos e fazendo um paralelo entre razão e fração, tendo como suporte a utilização de um kit fracionário, confeccionado com materiais simples (cartolina). Procura também entrar nos bastidores das abstrações contidas nos algoritmos das quatro operações fundamentais dos números fracionários com uma linguagem clara e objetiva, compatível com o nível de escolaridade do Ensino Fundamental, que seja dos anos iniciais ou finais. Busca refletir sobre a utilização de materiais concretos manipuláveis, apontando que é fácil perceber que, por motivos não totalmente esclarecidos, à medida que o nível de escolaridade aumenta, a assiduidade no uso de materiais concretos manipuláveis vai escasseando em nossas salas de aulas, fazendo com que as informações contidas em nossas regras, convenções e propriedades matemáticas não sejam demonstradas e/ou justificadas, contribuindo assim para que a Matemática continue a ser aplicado de forma mecânica e restrita à memorização de procedimentos técnicos, sem nenhum significado para a maioria dos estudantes, o que faz aumentar a rejeição que grande parte deles tem pela Matemática.

**Palavras-Chave:** conceito, significado, instrumentalização, compreensão.

**ABSTRACT**

In the middle of the 21st century, most Brazilian students, at the most diverse levels of education, find it difficult to assimilate teaching and learning involving rational numbers, especially fractions. In the hypothesis that one of the main reasons is the restricted exploration, in the school environment, of the application of only one of its conceptual meanings: the meaning of sharing and leaving the measurement in the background, as well as the lack of daily practice of using concrete manipulative materials, this work, which has had great acceptance in the Continuing Education of Teachers, has as priority to build the concept of fractions in the light of its main meanings, seeking an explanation in the epistemological origin of its word, associating it to the nomenclature of its

terms and making a parallel between ratio and fraction, supported by the use of a fractional kit, made with simple materials (cardboard). It also seeks to go behind the scenes of the abstractions contained in the algorithms of the four fundamental operations of fractional numbers with a clear and objective language, compatible with the level of schooling in elementary school, whether in the initial or final years. It seeks to reflect on the use of manipulable concrete materials, pointing out that it is easy to see that, for reasons that are not fully clarified, as the level of education increases, the assiduity in the use of manipulable concrete materials is scarce in our classrooms, causing that the information contained in our rules, conventions and mathematical properties are not demonstrated and / or justified, thus contributing to the fact that Mathematics continues to be applied mechanically and restricted to the memorization of technical procedures, with no meaning for most students, which increases the rejection that most of them have for Mathematics.

**Keywords:** concept, meaning, instrumentalization, understanding.

## 1 INTRODUÇÃO

Segundo registros históricos encontrados no Papiro de Rhind, há cerca de 2.500 a.C., os geômetras do faraó egípcio realizavam marcação de terras para a população que ficavam às margens do rio Nilo, comprovando que, naquela época, as frações já eram praticadas com habilidade. Entretanto, atualmente, grande parte dos estudantes brasileiros, nos mais diversos níveis de escolaridade, principalmente no Ensino Fundamental, sentem dificuldades em praticar as operações e resolver situações-problema com números racionais.

Os materiais concretos, em sala de aula, vêm sendo utilizado a mais tempo do que muitos imaginam como nos mostra Nacarato (2005): *“O uso de materiais manipuláveis no ensino foi destacado pela primeira vez por Pestalozzi, no século XIX, ao defender que a educação deveria começar pela percepção de objetos concretos, com a realização de ações concretas e experimentações. No Brasil o discurso em defesa da utilização de recursos didáticos nas aulas de Matemática surgiu na década de 1920”*. Sendo assim, praticamente cem anos depois, na hipótese de que uma das principais dificuldades do ensino-aprendizagem atual está na falta da prática cotidiana do uso de materiais concretos manipuláveis há uma prioridade pedagógica em fazer uso da instrumentalização adequada, uma vez que há constatação de que os conceitos fracionários são apresentados de forma incompleta, contribuindo para que este importante conteúdo, tenha um alto índice de rejeição na classe estudantil.

É fácil perceber que professores dos anos iniciais do ensino fundamental, têm mais assiduidade no uso de materiais manipuláveis, devido à característica do Curso Normal Médio e do Curso Superior de Pedagogia, porém à medida que o nível de escolaridade aumenta, por motivos não totalmente esclarecidos, esses materiais vão escasseando em nossas salas de aula. Todavia, o fato é que justamente esta fatia de professores que mais utiliza materiais manipuláveis são as que têm

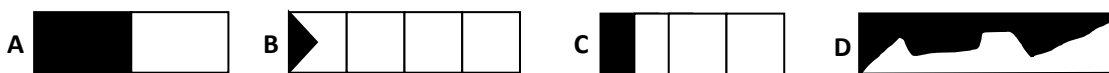
menor intimidade com a disciplina de Matemática, diferentemente dos professores dos anos finais, que tem graduação específica na área, porém, muitos deles se distanciam da prática manipulativa de materiais concretos em seu cotidiano escolar.

Atualmente professores e estudantes têm várias ferramentas de pesquisas tecnológicas que estimulam a curiosidade em construir adequadamente os conceitos e procedimentos operatórios, entretanto, poucos sabem fazer uso adequado desses instrumentos. Então, oportunidades de participação em eventos presenciais são sempre bem-vindas, principalmente na modalidade de minicursos e oficinas pelo seu caráter teórico prático, que proporcionam manipulação de materiais concretos, integrando o saber com o saber fazer.

## 2 CAMINHOS METODOLÓGICOS

Como ponto de partida para iniciar discussões em torno do tema proposto em uma das Formações Continuadas de Professores, alguns questionamentos foram instrumentos de uma enquete aplicada, em momentos distintos, com 40 professores que lecionam nos Anos Finais do Ensino Fundamental, de diferentes escolas e cidades participantes do Projeto Escolas Prioritárias da Secretaria de Educação de Pernambuco, ao longo do biênio 2017/2018. São definidas como Escolas Prioritárias aquelas que têm baixo desempenho no SAEPE (Sistema de Avaliação do Estado de Pernambuco). Vejamos, então:

1. Colocando SIM ou NÃO, identifique quais figuras abaixo que representam frações. Em caso afirmativo, determine o seu valor fracionário:



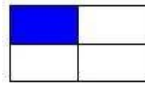
Resp.: \_\_\_\_\_ Resp.: \_\_\_\_\_ Resp.: \_\_\_\_\_ Resp.: \_\_\_\_\_

2. Sabendo que uma das representações gráficas da fração  $\frac{4}{9}$  é a apresentada abaixo, como seria a representação gráfica da fração  $\frac{9}{4}$ ?



3. Porque a fração que tem o numerador menor que o denominador recebe o nome de *fração própria*; e aquela que tem o numerador maior que o denominador, de *fração imprópria*?

4. Tomando como referência a representação gráfica abaixo, por que alguns estudantes a interpretam numericamente como  $\frac{1}{3}$  e, outros como  $\frac{1}{4}$ ? Quais os nomes das relações matemáticas que estão envolvidas nessas duas interpretações?



5. Por que, ao adicionar ou subtrair frações com denominadores diferentes, extraímos o MMC para dividir pelo denominador e o resultado multiplicar pelo numerador?

6. Por que na multiplicação de frações, multiplicamos os seus numeradores e os seus denominadores entre si?

7. Por que, na divisão de frações, repetimos o primeiro termo e multiplicamos pelo inverso do segundo termo?

Apenas para servir de parâmetro com outras enquetes semelhantes que possam ter sido realizadas por outras instituições e com outros entrevistados, vejamos uma visão geral das respostas obtidas, mesmo porque – apesar de sermos um imenso país continental – mas, a realidade educacional não difere muito de uma região para outra, no quesito dificuldades de aprendizagem dos números racionais fracionários.

Com relação às quatro figuras (A, B, C, D) apresentadas nos questionamentos o resultado final mostrou que 100% dos entrevistados afirmaram que a figura A é “com certeza” uma fração. Na figura B, a “certeza” já não era tão firme, pois apesar da figura estar dividida em partes iguais, a parte tomada (pintada) fugiu das representações comumente aplicadas, dividindo as opiniões, porém 50% confirmaram que ela representa  $\frac{1}{16}$  “pela lógica”. Com relação à figura C, as opiniões mostraram que 80% sabem determinar também “pela lógica”, que ela representa  $\frac{1}{6}$ , embora também afirmassem que não representa fração, “*porque o inteiro não está dividido em partes iguais*”; e quanto à figura D, todos afirmaram categoricamente que não representa frações, pois o inteiro “*está dividido de forma estranha e irregular*”, assim como não souberam determinar o seu exato valor fracionário. Mesmo assim, alguns fizeram estimativa visual de ser 50% do inteiro.

Quando solicitados para representar graficamente a fração imprópria  $\frac{9}{4}$ , a visão inicial de 60% dos entrevistados é de que “*é impossível construir uma figura em que o inteiro seja dividido em 4 partes, e dela destacar 9 partes*”, numa alusão ao procedimento de representar as frações próprias. Chamou a atenção o fato de que 70% dos professores identificaram as frações próprias e impróprias

ainda pela comparação de seus termos numerador e denominador, fazendo uso da memorização, pela localização dos seus termos, entretanto, nenhum deles soube responder sobre a origem das suas nomenclaturas. Em relação à leitura da representação gráfica mostrada de  $1/4$ , todos afirmaram que a resposta  $1/3$  é errada, porém apenas 40% têm discernimento de que essa resposta equivocada leva a outro tipo de relação comparativa: a razão.

No tocante à adição e subtração 80% deles afirmaram que a aplicação do MMC (Mínimo Múltiplo Comum) na adição e subtração de frações com denominadores diferentes, está relacionada com as suas frações equivalentes. Do total de entrevistados, 90% deles disseram não compreender o porquê de na multiplicação de frações, devemos multiplicar os termos dos numeradores e denominadores entre si. Quando indagados sobre o porquê na divisão devemos repetir o primeiro termo e multiplicar pelo inverso do segundo, afirmaram que assim procede porque a “*regra está no livro*” ou então porque “*é sempre assim que um professor faz em sala de aula*”.

### 3 BUSCANDO RESPOSTAS

Na busca de respostas para os questionamentos aplicados, temos como aliado pedagógico *O Novo Dicionário Aurélio da Língua Portuguesa* (2009), onde aponta que a palavra *fração* vem do latim “*fractione*” que quer dizer “*dividir, quebrar, rasgar*”, também lá encontramos: “*porção, parte de um todo*” e mais adiante finaliza: “*Na Aritmética: número que representa uma ou mais partes da unidade que foi dividida em partes iguais; número fracionário*”. Notamos que nos registros acima apresentados, não há uma atitude precipitada em mostrar fração apenas como parte de uma divisão em fatias iguais, como acontece no ambiente escolar, principalmente nos anos iniciais do Ensino Fundamental, gerando um conceito incompleto dos números fracionários, não havendo preocupação de, inicialmente, mostrar a fração como uma parte qualquer do inteiro.


Alguns especialistas educacionais apontam que a postura de alguns professores em apresentar a fração apenas como o inteiro dividido em partes iguais deve-se ao fato de que para realizar as suas operações fundamentais, essa repartição igualitária é imprescindível para que possamos adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir as partes fracionárias. Levando-nos a averiguar que o motivo é simplesmente de caráter *operacional*, e não *conceitual*. Logo, o conceito de fração pode, inicialmente, ser resumida simplesmente como “*parte do inteiro*”; sendo em seguida, aplicado com o sentido aritmético, visando às operações que vem adiante. Mesmo porque essa precipitação de apresentá-las em partes igualitárias entra em choque com atividades do cotidiano. Imaginemos a seguinte situação: se alguém derruba um vaso de louça, ao se quebrar ele ficará em vários pedaços (cacos), provavelmente de tamanhos diferentes, e nem por isso, cada um desses cacos, deixará de

ser uma parte fracionária do vaso. Outras situações do cotidiano podem servir de exemplos, como pedaços de objetos que são cortados e repartidos aleatoriamente.

Ao longo do tempo, ao construir o conceito de fração, a prática pedagógica escolar priorizou bastante o significado de “*repartição*” como significado conceitual, relegando ao segundo plano, o de “*medição*”. Entretanto, numa forma de equilibrar as ideias, propõe-se que sejam mostrados mais de um significado, direcionando o pensamento não apenas à *quantidade de partes iguais em que o inteiro foi dividido* (repartição), mas sim também à *da parte tomada, quantas vezes ela cabe no inteiro* (medição). Mesmo porque, segundo Lopes (2008): “é unanimidade entre os estudiosos matemáticos, que [...] *não é possível isolar cada uma das ideias envolvidas com as frações e suas interpretações*”. Reforçado também por Romanatto (1999), quando diz categoricamente: “*o número racional deve ser entendido como uma teia de relações nas quais noções, princípios e procedimentos matemáticos distintos são construídos ou adquiridos por meio de diferentes contextos*”.

Também devemos enfatizar o significado da nomenclatura que damos quando classificamos os tipos de frações. Poucos param para pensar o porquê das denominações “frações próprias” e “frações impróprias”. Sabemos que próprio é aquilo que é *pertinente, característico*. Impróprio é aquilo que é *inadequado, inconveniente*, deixando a impressão de que, do ponto de vista histórico, inicialmente as frações impróprias não foram bem aceitas no mundo acadêmico em épocas remotas, tal como aconteceu com os números negativos, que inicialmente foram chamados de *números absurdos*. Ainda hoje, a fração própria recebe muito mais destaque do que a fração imprópria.

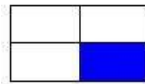
Este procedimento traz dificuldades quanto à falta de conhecimento de como representar graficamente as frações impróprias. Por exemplo, se pedirmos para representar graficamente a fração  $9/4$ , os estudantes sentirão dificuldades, porém, ao transformar  $9/4$  em  $2 \frac{1}{4}$  a representação gráfica fica compreensível, quando as associamos com o processo da Extração do Inteiro, que é muito conhecido dos professores e estudantes, porém, raramente essa associação é mostrada em sala de aula.

$$9/4 = 2 \frac{1}{4}$$


Por outro lado, infelizmente ainda é predominante a linguagem de que “*fração própria é aquela em que o numerador é menor do que o denominador*” (que leva apenas à memorização da localização dos termos fracionários), ao invés de “*fração própria é aquela que representa uma*

*quantidade menor que um inteiro*” (que leva à compreensão pela comparação de uma parte com o todo). Situação similar ocorre com as frações impróprias. Sabemos que há uma grande vontade, por parte dos professores, em procurar uma linguagem clara e objetiva que faça com que os estudantes entendam com mais facilidade aquilo que se quer explicar, porém devemos ter a clareza de que nem sempre a linguagem mais fácil de transmitir algo é a mais completa para traduzir o conceito com exatidão, dificultando o estudante quando o conteúdo for aprofundado, mais adiante. Além disso é importante enfatizar a compreensão em detrimento da memorização.

Quando cruzamos o conceito de fração e razão, percebemos que a etimologia latina da palavra razão vem de “*ratio*”, que possui a ideia de *divisão*. Vemos, portanto, que há uma ligação muito forte entre fração e razão, a ponto de quando solicitamos aos estudantes que representem numericamente um gráfico fracionário surgem pontos de interpretações visuais diferentes de uma mesma figura. Tomemos como exemplo a representação gráfica abaixo:



Neste exemplo, erroneamente, é bastante comum alguns estudantes a representarem numericamente como fração  $1/3$  (pois das quatro partes em que o inteiro foi dividido, uma parte está tomada e as outras três partes não estão), aplicando assim a leitura de “um está para três”. Outros a representam corretamente como fração  $1/4$  (pois o inteiro foi dividido em quatro partes iguais e que foi tomada uma parte), aplicando assim a leitura de “um quarto”. Dessa forma, podemos perceber que alguns a interpretam como *relação parte-parte*, e outros, como *relação parte-todo*. Na primeira comparação está aplicando a ideia de razão, e na segunda, a de fração. Cabe ao professor identificar e mostrar as devidas diferenças entre elas, apontando as suas peculiaridades, porém, a distância dessas relações na seqüência de conteúdos livrescos dificulta essa comparação.

Logo após a aplicação das abordagens iniciais de frações (definição, leitura, nomenclatura dos termos, representação numérica e gráfica, tipos de frações, comparações, e outros itens importantes), então, finalmente as operações são apresentadas com suas regras técnicas da adição, subtração, multiplicação e divisão, geralmente, sem sentido para os estudantes. Elas são memorizadas por eles para serem aplicadas, porém, a maioria não entende exatamente o que estão fazendo. Estão apenas encontrando respostas para as operações que foram solicitadas, mas não compreendem os procedimentos matemáticos inseridos no desenvolvimento operacional, nem tão pouco, sabem justificar a resposta encontrada. Isto nos faz lembrar D’Ambrosio (1991) quando afirma: “... *há algo errado com a Matemática que estamos ensinando. O conteúdo que estamos*

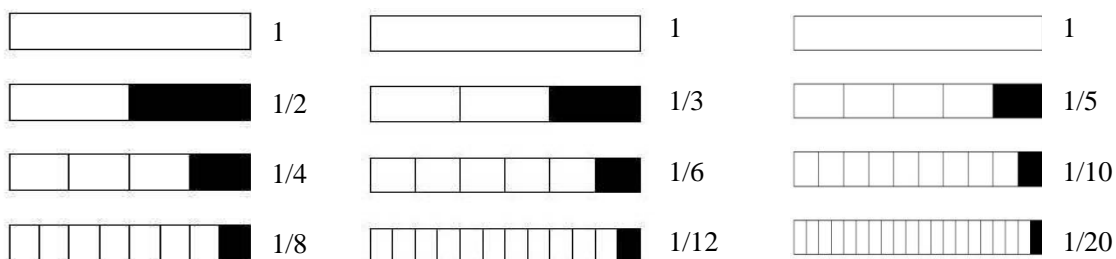


*tentando passar adiante através dos sistemas escolares é obsoleto, desinteressante e inútil”.* Podemos observar nessa afirmação que a crítica não está direcionada à importância dos conteúdos trabalhados nas escolas, mas sim, a forma metodológica mecânica como eles estão sendo transmitidos e também a falta de contextualização com a realidade fora dos muros escolares, estimulando assim o desinteresse dos estudantes na busca pelas respostas das questões que lhes estão sendo apresentadas. É preciso repensar as práticas metodológicas para definir o ponto de partida e o ponto de chegada desse conteúdo, com as suas inevitáveis abstrações em forma de regras e propriedades, que desafia alunos do Ensino Fundamental. Nesse contexto, a aplicação de materiais concretos manipuláveis surge, portanto, como um forte aliado pedagógico no ensino-aprendizagem.

## 4 CONSTRUINDO O KIT FRACIONÁRIO

Diante de tantos tipos de materiais para sua confecção, tais como, barras, discos, cordas etc., ou mesmo réplicas representativas de bolos, pizzas, tabletes de chocolate, confeccionados com emborrachados, madeira, acrílico, etc., pode-se optar em utilizar papel cartolina, devido ao seu baixo custo financeiro, fazendo que com que os kits sejam reproduzidos pelos estudantes em quantidades suficientes para a sua aplicação em sala de aula com formação de várias equipes.

Importante ressaltar que no estudo de frações é preciso delimitar a *Representação do Inteiro*. Caso não haja esse referencial, haverá um campo de imaginação muito diversificado do inteiro interpretado/imaginado de acordo com a leitura de cada um. Em nossas atividades, o inteiro é representado graficamente através de uma figura geométrica retangular, formando grupos de a partir de unidades fracionárias de  $1/2$ ,  $1/3$  e  $1/5$ . Convém lembrar que nada impede que outras unidades fracionárias possam ser inseridas no kit, ampliando assim o Quadro da Classe de Equivalência.



Na manipulação dos materiais, inicialmente propõe-se uma atividade interessante: Formar o inteiro utilizando as unidades fracionárias recortadas, quando justapostas entre si. Primeiramente,



## Brazilian Journal of Development

permitindo a repetição de peças e, em seguida, solicitar a formação do inteiro sem repetição de peças, como o do exemplo abaixo e lançamos o desafio:

-De quantas maneiras diferentes podemos formar o inteiro, utilizando as unidades fracionárias abaixo? Quais são elas?



$$1/2 + 1/3 + 1/6 = 1$$

Dando continuidade à atividade, pode-se solicitar a formação do inteiro com outras unidades fracionárias e com suas possíveis combinações. É importante também lembrar a decomposição dos termos de um número fracionário. O pleno domínio desse procedimento irá ajudar bastante ao realizarmos as operações fundamentais.

Exemplo:	Representação Decomposta:
$2/5$	$2 \times 1/5$ (duas vezes a unidade fracionária de $1/5$ )
$3/8$	$3 \times 1/8$ (três vezes a unidade fracionária de $1/8$ )
$5/2 = 2 \frac{1}{2}$	$2 + 1 \times 1/2$ (dois inteiros mais uma vez a unidade fracionária de $1/2$ )
$7/4 = 1 \frac{3}{4}$	$1 + 3 \times 1/4$ (um inteiro mais três vezes a unidade fracionária de $1/4$ )

### 5 OPERACIONALIZANDO COM MATERIAIS MANIPULATIVOS

A	$1/2 + 1/3$ Encontrando as frações equivalentes e operacionalizando: $1/2 + 1/3 = 3/6 + 2/6 = 5/6$ Conferindo o resultado: Sobrepondo a representação gráfica de $1/2 + 1/3$ sobre a de $5/6$ verificamos que elas são equivalentes.
B	$5/8 - 1/4$ Encontrando as frações equivalentes e operacionalizando: $5/8 - 1/4 = 5/8 - 2/8 = 3/8$ Conferindo o resultado: Sobrepondo a representação gráfica de $5/8 - 1/4$ sobre a de $3/8$ verificamos que elas são equivalentes.
C	$1/3 + 3/4 - 1/2$ Encontrando as frações equivalentes e operacionalizando: $1/3 + 3/4 - 1/2 = 4/12 + 9/12 - 6/12 = 7/12$ Conferindo o resultado: Sobrepondo a representação gráfica de $1/3 + 3/4 - 1/2$ sobre a de $7/12$ verificamos que elas são equivalentes.
D	$2/5 \times 1/8$ Pergunta-chave: Que unidade fracionária colocada <i>oito vezes</i> vai cobrir $2/5$ ? Operacionalizando: $1/8 \times 2/5$ ou $1/8$ de $2/5 = 1/20$ Conferindo o resultado: A figura de $2/5$ contém oito vezes a figura de $1/20$
E	$1/4 \times 2/3 \times 1/2$ Pergunta-chave: Que unidade fracionária colocada <i>quatro vezes</i> vai cobrir $2/3$ ? Que unidade fracionária colocada <i>duas vezes</i> vai cobrir $1/6$ ? Operacionalizando: $(1/4$ de $2/3)$ de $1/2 = 1/6$ de $1/2$ ou $1/2$ de $1/6 = 1/12$ Conferindo o resultado: A figura $2/3$ contém quatro vezes a figura de $1/6$ , por sua vez, a figura de $1/6$ contém duas vezes a figura de $1/12$ .
F	$1/6 : 1/4$

	Pergunta-chave: Quantas vezes $1/6$ está contido em $1/4$ ? Justificando a inversão: Sobrepondo a figura de 1 inteiro na de $1/4$ , ela contém 4 vezes. Operacionalizando: $1/6 : 1/4 = 1/6 \times 4 = 4/6 = 2/3$ Conferindo o resultado: Sobrepondo a figura de $1/6$ na de $1/4$ , ela está contida $2/3$ de vez.
G	$3/5 : 1/2$
	Pergunta-chave: Quantas vezes $3/5$ contém $1/2$ ? Justificando a inversão: Sobrepondo a figura de 1 inteiro na de $1/2$ , ela contém 2 vezes. Operacionalizando: $3/5 : 1/2 = 3/5 \times 2 = 6/5 = 1 \frac{1}{5}$ Conferindo o resultado: Sobrepondo a figura de $3/5$ na de $1/2$ , ela contém $1 \frac{1}{5}$ de vez (ou seja, cabe $1/2$ e mais um quinto de $1/2$ ).
H	$2 : 2/3$
	Pergunta-chave: Quantas vezes 2 inteiros contêm $2/3$ ? Justificando a inversão: Sobrepondo a figura de 1 inteiro na de $2/3$ , ela contém $3/2$ de vez ou $1 \frac{1}{2}$ de vez (ou seja, cabe $2/3$ e mais metade de $2/3$ ) Operacionalizando: $2 : 2/3 = 2 \times 3/2 = 6/2 = 3$ Para conferir: Sobrepondo a figura de 2 inteiros na de $2/3$ , ela contém 3 vezes.
I	$3/4 : 3$
	Pergunta chave: Quantas vezes $3/4$ está contido em 3 inteiros? Justificando a inversão: Sobrepondo a figura de 1 inteiro na de 3 inteiros, ela está contida $1/3$ de vez. Operacionalizando: $3/4 : 3 = 3/4 \times 1/3 = 3/12 = 1/4$ Para conferir: Sobrepondo a figura de $3/4$ na de 3 inteiros, ela está contida $1/4$ de vez.
J	$(3/5 - 1/2) \times (1 + 3/2)$
	Encontrando as frações equivalentes das operações constantes nos parênteses e operacionalizando: $3/5 - 1/2 = 6/10 - 5/10 = 1/10$ $1 + 3/2 = 2/2 + 3/2 = 5/2$ Efetuando a terceira operação apresentada (multiplicação) com os resultados encontrados: $1/10 \times 5/2 = 5/20 = 1/4$ Pergunta-chave: Que unidade fracionária colocada <i>dez vezes</i> vai cobrir $5/2$ ? Conferindo o resultado: A figura de $5/2$ , ou seja, a figura de $2 \frac{1}{2}$ (dois inteiros e meio) contém dez vezes a figura de $1/4$ .

## 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Pelas respostas obtidas na enquete com os professores, podemos notar claramente que há uma predominância excessiva da aplicação em nossas salas de aula, mostrando o significado de fração apenas como “*a divisão do inteiro em partes iguais*”, colocando-os muitas vezes em contradição quando aponta que uma determinada representação gráfica não é uma fração, mas ao mesmo tempo, ele dá um valor fracionário “pela lógica”, que na verdade, mesmo sem o saber, eles estão aplicando o significado de medição, que não está tendo a merecida atenção em sala de aula.

Vale lembrar o que diz Lins e Silva (2008) no tocante ao trabalharmos frações com o significado de medição: “*Relacionar frações com medidas é importante porque ajuda as crianças a perceberem frações como um número e não apenas como um símbolo que junta dois números (isso é muito comum) e para relacionar com medidas é muito importante destacar as frações unitárias, porque elas funcionam, neste caso, como um sistema de unidades de medida*”. Esta citação nos remete, principalmente, à decomposição do número fracionário ao abordarmos as operações fundamentais com frações, em especial, na multiplicação e na divisão..

Faz-se necessário uma mudança de olhar sobre a aplicação da definição ao classificar frações próprias e impróprias, através da localização dos seus termos. Melhor caminho seria construir conceito, junto aos estudantes, através de uma comparação com o inteiro, pois é importante enfatizar a compreensão em detrimento da memorização.

Em relação à adição e subtração, os entrevistados são cientes que a aplicação do MMC (Mínimo Múltiplo Comum) na adição e subtração de frações com denominadores diferentes, está relacionada com as suas frações equivalentes, porém nenhum deles faz a verificação dessa importante equivalência usando materiais concretos, mas apenas através de registros numéricos no quadro branco deixando assim de usar um recurso concreto manipulativo que poderia justificar o que está sendo registrado numericamente, facilitando a compreensão.

Diferentemente da adição e subtração, onde os materiais concretos são manipulados em todas as etapas do desenvolvimento operacional, na multiplicação e divisão, eles desempenham o papel de justificar o resultado final encontrado por meio do processo de percepção visual, pela justaposição e sobreposição de peças.

Todos os professores entrevistados compreendem o fato de que ao multiplicarmos uma fração por outra, o resultado pode ser menor ou maior que a fração inicial, porém reconhecem que a maioria dos estudantes tem a multiplicação como algo que leva à ideia apenas de aumentar, como acontece com os números naturais, o que dificulta um pouco o seu entendimento inicial. Assim, devemos chamar a atenção deles que, na multiplicação, quando efetuamos uma multiplicação entre dois ou mais números fracionários, estamos procurando uma fração de outra fração, cuja abordagem fica mais visível quando substituímos o sinal da multiplicação ( $\times$ ) pela preposição “de”. Essa situação fica mais explícita na percentualidade (%), ao calcular a taxa percentual de determinada quantidade. Exemplo: Calcular 5% de 60, que leva ao registro de  $5/100 \times 60$ .

Dos 40 professores consultados sobre o porquê em a divisão repetirmos o primeiro termo e multiplicarmos pelo inverso do segundo, nenhum soube justificar ou demonstrar o procedimento. Então, um bom caminho para justificarmos a inversão do segundo termo da divisão é sobrepor a figura de 1 inteiro na figura que representa o divisor e, assim saberemos quantas vezes ele contém ou está contido no divisor, o que corresponde exatamente ao termo fracionário invertido que consta no divisor. Importante enfatizar que, na divisão, o processo de comparação de frações possui papel de relevância, principalmente no uso da linguagem aplicadas na relação de inclusão “contém” (que relacionam uma quantidade maior à outra menor) e “está contido” (que relaciona uma quantidade menor à outra maior). Um detalhe a ser destacado é que na divisão apenas com números naturais há o procedimento natural de quantas vezes o divisor cabe no dividendo (mesmo porque o divisor

sempre é menor que o dividendo, gerando como resultado sempre um número natural, no caso das divisões exatas). Porém, ao abordarmos a divisão com números fracionários isto é irrelevante, pois também podemos perguntar quantas vezes o dividendo cabe no divisor, não tendo a preocupação se a divisão vai gerar um resultado exato ou não.

Ao final de todas as etapas da Formação Continuada de Professores, foi solicitada uma avaliação oral, e obtemos respostas como: *“A partir de hoje não tenho como deixar de ver as frações de uma forma diferente, a qual estava acostumada”*; *“Mudei totalmente o olhar que tinha sobre frações, já não me consigo ver trabalhando frações escrevendo apenas no quadro branco”*; *“Realmente precisamos dar um significado às regras matemáticas que usamos, principalmente às aplicadas nas operações com frações”*

Faz-se necessário enfatizar que, com este estudo baseado no resultado de uma amostragem de pesquisa de campo, é proporcionar uma reflexão sobre como os números fracionários estão sendo trabalhados em nossas salas de aula, uma vez que, podemos perceber facilmente a rejeição que grande parte dos nossos estudantes tem com este importante conteúdo, talvez como consequência da forma metodológica mecânica como estão sendo transmitidos, fazendo com que estimule o desinteresse dos estudantes na busca pelas respostas do que lhes estão sendo apresentadas. Devemos, também, reforçar que a transposição didática bem planejada é, entre outros, um fator que influi decisivamente nos objetivos e/ou metas que o professor quer alcançar, aliada a uma linguagem clara e simples, compatível com o nível de escolaridade da clientela a quem se destina o estudo.

Destacamos que o uso de materiais concretos naturalmente impõe a aplicação de situações reais e significativas, principalmente nos exemplos iniciais, devido às suas limitações demonstrativas. Com a aplicação de valores maiores, os materiais concretos, aos poucos, vão saindo de cena, dando lugar apenas aos registros numéricos, porém ao chegar nessa fase da aprendizagem, já há compreensão das abstrações. Outro ponto esclarecido é que apenas o uso desses materiais em sala de aula não significa que o ensino-aprendizagem acontecerá em um “estalar de dedos”, como salientado por Nacarato, (2005) quando diz: *“Nenhum material didático – manipulável ou de outra natureza – constitui a salvação para a melhoria do ensino de matemática. Sua eficácia ou não dependerá da forma como o mesmo for utilizado”*.

Naturalmente, o estudo apresentado, não exige que seja aplicado fielmente da forma aqui exposto. As modificações e/ou adaptações ficam por conta de cada professor, dependendo do nível de escolaridade de seus estudantes. Esperando assim, que com o uso deste ou de outros materiais manipulativos, o ensino aprendizagem realmente aconteça no ambiente escolar.

Assim, como confirmação do título que recebe o presente estudo e por ser a Matemática considerada uma disciplina abstrata, faz-se necessário, sim, o uso de materiais concretos manipuláveis para demonstrar as suas regras, convenções, propriedades e fórmulas, contribuindo para que a Matemática se torne prazerosa, dinâmica e instrumental, deixando para trás a imagem negativa de ser uma disciplina rígida, chata e de difícil compreensão.

Para finalizar, tomemos uma passagem dos Parâmetros Curriculares de Pernambuco (2012), que nos incentiva a ser também um professor-pesquisador, quando cita: “... *apesar da importância do livro didático no currículo escolar é fundamental que o professor não renuncie ao seu papel de sujeito que constrói a prática pedagógica, juntamente com os estudantes*”. Assim, vemos que o livro didático é o nosso principal apoio instrumental e referencial pedagógico, porém nem sempre ele pode trazer todas as informações que queremos. Para isso, é preciso buscar esse complemento informativo em outras fontes impressas ou digitais.

Procuramos estimular em nossos professores e despertar em nossos alunos a habilidade natural de ser um eterno pesquisador, mesmo porque os relacionamentos humanos, as definições, conceitos, estratégias de ensino, formas de aprender, elas se modificam com o passar do tempo, pois está em constante evolução, tal como a sociedade em que vivemos.

## REFERÊNCIAS

- D'AMBRÓSIO, U. **Matemática, ensino e educação: uma proposta global.** *Temas & Debates.* São Paulo – SP, v. 4, n. 3, p. 1-15, 1991.
- EDUCAÇÃO, Secretaria de. **Parâmetros para a Educação Básica de Pernambuco.** Parâmetros Curriculares de Matemática – Ensino Fundamental e Médio. P. 51, CAEd, 2012.
- FERREIRA, A. B. H., **Novo Dicionário Aurélio da Língua Portuguesa** – 4ª edição, Editora Positivo, Curitiba – PR, p. 931, 2009.
- LINS, R. C., SILVA, H., **Pró-Letramento** (Matemática). Brasília – DF. Ministério da Educação e Cultura, fascículo 4, p. 10-12, 2008.
- LOPES, A. J. **O Que Nossos Alunos Podem Estar Deixando de Aprender Sobre Frações, Quando Tentamos Lhes Ensinar Frações.** *Bolema*, Rio Claro – SP, v. 21, n. 31, p. 1-22, 2008.
- NACARATO, A. M. **Eu Trabalho Primeiro o Concreto.** *Revista de Educação Matemática*, São Paulo - SP, v. 9, n. 9-10, p. 1-6, 2005, SBEM – SP.
- ROMANATTO, M. C. **Número Racional: Uma Teia de Relações.** *Zetetiké*, Campinas – SP, v. 7, n.