

**Estructura conceptual y representaciones en dos libros de texto para la formación de agrimensores en la España del siglo XVIII****Conceptual structure and representations in two textbooks for the training of surveyors in eighteenth-century Spain**

DOI:10.34117/bjdv5n6-124

Recebimento dos originais: 20/03/2019

Aceitação para publicação: 29/04/2019

**Carmen León-Mantero**

Doctora en el Programa de Ciencias Sociales y Jurídicas de la Universidad de Córdoba  
Institución: Universidad de Córdoba  
Dirección: Facultad Ciencias de la Educación - San Alberto Magno s/n, 14071, Córdoba  
E-mail: cmleon@uco.es

**Alexander Maz-Machado**

Doctor en Educación Matemática por la Universidad de Granada  
Institución: Universidad de Córdoba  
Dirección: Facultad Ciencias de la Educación - San Alberto Magno s/n, 14071, Córdoba  
E-mail: malmamaa@uco.es

**María José Madrid**

Doctora en el Programa de Educación por la Universidad de Salamanca  
Institución: Universidad Pontificia de Salamanca  
Dirección: Facultad de Educación - C/Henry Collet, 52-70. 37007. Salamanca, España  
E-mail: mjmadridma@upsa.es

**Noelia Jiménez-Fanjul**

Doctora en Educación por la Universidad de Córdoba  
Institución: Universidad de Córdoba  
Dirección: Facultad Ciencias de la Educación - San Alberto Magno s/n, 14071, Córdoba  
E-mail: noelia.jimenez@uco.es

**RESUMEN**

El análisis de los libros de texto que sirvieron de apoyo a alumnos y profesores a través de la historia permite a los investigadores de la línea de investigación de la Educación matemática conocer el desarrollo y la evolución de los conceptos y métodos matemáticos, el alcance de los avances científicos y cómo estos fueron incorporados a la enseñanza de la materia de la época. Por ello, este trabajo se centra en analizar el tratamiento dado a los contenidos de Geometría práctica o agrimensura en dos de los manuales publicados en España durante el siglo XVIII que sirvieron para instruir al gremio de los agrimensores. En concreto, los libros localizados y analizados fueron los escritos por Manuel Hijosa en 1874 y por Xavier Ignacio de Echeverría en 1758. La metodología usada en este trabajo fue de tipo descriptivo y exploratorio, que se enmarca en el enfoque de investigación de tipo histórico y que usa la técnica del análisis de contenido para interpretar los datos. Para ello, se han identificado y

clasificado los tipos de ejercicios y problemas que los manuales incluyen, así como los sistemas de representación y las numerosas situaciones o contextos, específicas de la disciplina, que los autores emplearon para exponer los contenidos de las obras. Los resultados obtenidos muestran el interés de los autores por ayudar a los agrimensores y aspirantes a perito agrimensor, a aplicar los extensos conocimientos teóricos de las matemáticas a las aplicaciones prácticas a las que debían enfrentarse para desarrollar adecuadamente su labor.

**Palabras clave:** Siglo XVIII, Agrimensura, libros de texto, Matemáticas, sistemas de representación.

## ABSTRACT

The analysis of the textbooks that served as support to students and professors through the history allows the researchers of the Mathematics Education research line to know the development and the evolution of the mathematical concepts and methods, the scope of the scientific advances and how these were incorporated into the teaching of the subject of the time. Therefore, this work focuses on analyzing the treatment given to the contents of practical geometry or surveying in two of the manuals published in Spain during the eighteenth century that served to instruct the guild of land surveyors. In particular, the books located and analyzed were those written by Manuel Hijosa in 1874 and by Xavier Ignacio de Echeverría in 1758. The methodology used in this work was of a descriptive and exploratory type, which is part of the research approach of a historical and that uses the technique of content analysis to interpret the data. For this purpose, the types of exercises and problems included in the manuals have been identified and classified, as well as the representation systems and the numerous situations or contexts, specific to the discipline, that the authors used to expose the contents of the works. The results obtained show the interest of the authors to help the surveyors and aspiring surveyor, to apply the extensive theoretical knowledge of mathematics to the practical applications they had to face in order to properly develop their work.

**Key words:** 18th century, Surveying, textbooks, Mathematics, representation systems.

## 1 INTRODUCCIÓN

Históricamente, los libros de texto han sido la principal fuente de información y apoyo en las instituciones escolares, tanto para profesores como para alumnos. Por ello, las investigaciones centradas en libros de texto buscan evidencias de interés didáctico que nos permitan conocer qué se enseñaba, cómo se enseñaba y cómo se divulgaban los conocimientos matemáticos de la época, además de describirnos el contexto social, cultural y educativo (Maz-Machado & Rico, 2015).

Entre las investigaciones que toman al libro de texto como fuente documental, destacan el estudio de Schubring (1988), en el que se analizan manuales de Matemáticas alemanes y franceses de la primera mitad del siglo XIX o el de Beyer (2006), donde examina los libros de aritmética utilizados en Venezuela durante el siglo XIX.

A nivel nacional, encontramos numerosos trabajos que analizan la evolución de conceptos y contenidos matemáticos a través de los libros de texto (Gómez, 1999; Sierra, González, & López, 2003), que estudian el tratamiento didáctico dado a determinados conceptos matemáticos (Maz, López, & Sierra, 2013; Maz & Rico, 2009) o que identifican criterios de actividad didáctica en los libros de texto (Maz-Machado & Rico, 2015).

De acuerdo con Faus (1995), la formación de agrimensores en España hasta la primera mitad del siglo XVIII se caracterizaba por mantenerse dentro del seno familiar o entorno cercano y por la inexistencia de centros de formación especializados o centros en los que se enseñara matemáticas que admitieran como alumnos a estos profesionales. Asimismo, se carecía de instituciones que expidieran títulos de agrimensor y controlase la preparación de las personas que desempeñaban esta profesión. Se puede, por tanto, hablar de un abandono social y gubernamental mostrado hacia la instrucción de los agrimensores, teniendo en cuenta las numerosas y diversas tareas que debían desempeñar los agrimensores de la época: dirección de excavaciones y desmontes; medición, tasación y división de tierras; nivelación de terrenos; levantamiento de planos, etc.

La institucionalización académica del oficio llegó a mediados de siglo con la creación de las Reales Academias de Bellas Artes, cuya labor consistía en expedir títulos a los aspirantes a agrimensor, que aprobasen un examen sobre aritmética y geometría elemental. Esta iniciativa no llegó acompañada de un sistema oficial de formación para los aspirantes. Esta necesidad fue cubierta por la apertura de centros privados para la enseñanza de las matemáticas, en los que las clases eran impartidas por los propios agrimensores ya titulados; y por la publicación de diversos tratados de Agrimensura que ayudaban al aspirante a preparar el examen de acceso al título (Faus, 1995).

La finalidad de nuestro estudio es analizar dos de los manuales de Agrimensura publicados en España durante el siglo XVIII con el objetivo de identificar los contenidos matemáticos incluidos en los libros y los sistemas de representación usados. Consideramos el estudio de utilidad para los profesores de secundaria y grados universitarios, ya que les permite conocer los tipos de problemas y representaciones con los que se trabajaba la disciplina en el pasado y contrastarlos con los que se usan en la actualidad. Asimismo, y de acuerdo con Schubring (2006), conocer la historia de su propia profesión, los problemas con los que se encontró en su desarrollo y los obstáculos que tuvieron que superarse para establecer la enseñanza de las matemáticas, capacita a los profesores a enfrentarse a los problemas que surgen en el ejercicio de su actividad.

## 2 METODOLOGÍA

Se trata de una investigación descriptiva, que se enmarca en el enfoque de investigación de tipo histórico. Para el análisis de los datos, se utilizó el método del análisis de contenido centrado en los contenidos matemáticos incluidos en los libros de texto y los tipos de representaciones usadas. Esta técnica ha sido ampliamente utilizada en investigaciones anteriores como las de Maz et al. (2013) o Madrid, Maz-Machado, and León-Mantero (2015).

Para la selección de las fuentes documentales de este estudio, se tomaron como criterios que los libros de texto incluyeran contenidos de Geometría práctica o Agrimensura, que la primera edición de las obras se publicara durante el siglo XVIII y que estuvieran escritas en castellano. Finalmente, los textos seleccionados para el estudio fueron: *Compendio de la Geometría práctica con un breve tratado para medir terrenos, dividirlos y levantar planos arreglados a ellos*, escrito por Manuel Hijosa en 1784 y *Geometría práctica, necesaria a los peritos agrimensores y su examen*, publicado por Xavier Ignacio de Echeverría en 1758.

Se definieron como unidades de análisis: los prólogos de las obras, en los cuales los autores señalan a quienes estaban dirigidas, el propósito o la finalidad por la que las escriben y la justificación personal de los autores sobre los contenidos incluidos en ellas; las definiciones, las proposiciones y los problemas que se incluyen en cada una de las obras; y los anexos en los que se incluyen láminas con representaciones gráficas, que sirven de apoyo a las explicaciones y demostraciones de las proposiciones.

Una vez seleccionadas las obras y las unidades de análisis, se leyeron y analizaron todos las proposiciones y problemas utilizados en los libros para categorizarlos posteriormente. Clasificamos asimismo las representaciones halladas, entendiendo por representaciones las expresiones simbólicas o gráficas de los conceptos y propiedades matemáticas (Castro & Castro, 1997).

## 3 RESULTADOS

### 3.1 LOS AUTORES

Manuel Hijosa era considerado una persona con una importante instrucción literaria e interesada en el cultivo de las artes. Poseía un especial talento para el desarrollo de la Agrimensura, la agricultura e incluso las estadísticas de producción (Urrea, 1996). Fue Preste mayor del Cabildo eclesiástico de Medina de Rioseco y, desde 1780, se dedicó a enseñar geometría a los niños de la escuela de la localidad, cuya actividad dio como resultado la publicación original en 1784 del libro *Compendio de la Geometría práctica con un breve*

*tratado para medir terrenos, dividirlos y levantar planos arreglados a ellos.* (León & Sanz, 1994).

Xavier Ignacio de Echeverría fue Maestro Arquitecto de la Real Casa de Loyola de Guipúzcoa, veedor de obras del Obispado de Calahorra y la Calzada e incluso, ayudó en el diseño y trazado del puente de Alzolaras en Cestona, el puente de Bentaberria o la Fuente del Portal de San Francisco de Tolosa. En 1770 es nombrado miembro de la Real Sociedad Bascongada de los Amigos del País, para la que escribe la obra *Geometría práctica, necesaria a los peritos agrimensores y su examen* (Astiazarain, 1989).

### 3.2 LAS OBRAS

La obra *Compendio de la Geometría práctica con un breve tratado para medir terrenos, dividirlos y levantar planos arreglados a ellos* fue publicada por primera vez en 1784, y a pesar de que se conocen al menos tres ediciones más (1791, 1815 y 1829), la más conocida es la reeditada en 1791 (Faus, 1995).

El autor indica en el prólogo que el objetivo de la obra es el de “instruir en la Geometría práctica á los niños que concurren á estudiarla en las escuelas de Medina de Rioseco y Palencia” (Hijosa, 1791, p. i), aunque admite que se trata de una obra útil también “á aquellas personas que necesitan de ella en sus oficios, como Carpinteros, Canteros, Albañiles, &c.” (Hijosa, 1791, p. ii).

La *Geometría práctica, necesaria a los peritos agrimensores y su examen* fue publicada en 1758 con el objetivo de ayudar a que los aspirantes a perito agrimensor a preparar el examen que les dará acceso a su título. El autor señala en el prólogo que se decidió a escribir este libro de texto para ahorrar tiempo y dinero a los aspirantes, ya que ha buscado, seleccionado y adaptado las proposiciones y reglas que los lectores encuentren todo cuanto se necesita de “Ciencia para medir, dividir y permutar” (p xviii).

Ambas obras se encuentran divididas en capítulos o secciones, divididas a su vez en proposiciones y problemas, que abarcan, además de una introducción sobre construcción de figuras, todos los campos de la Geometría práctica, a saber: *Longimetría, Planimetría, Geodesia y Stereometría o Estereometría*. Hijosa además, dedica el primer capítulo a definir los conceptos principales de la Geometría plana y espacial.

A pesar de que los contenidos de ambos textos son iguales, los discursos de los autores siguen una secuenciación diferente. Hijosa divide el tratado en dos libros: en el primero, titulado *de la Geometría práctica*, todas las demostraciones y procedimientos se realizan

sobre el papel; en el segundo, *Geometría práctica sobre el terreno*, se describen todas las herramientas del agrimensor, se explica su uso y se proponen y resuelven casos particulares de problemas sobre terrenos, en los que se aplican los procedimientos incluidos en el primer libro, apoyados en el uso de las herramientas.

Echevarría, sin embargo, demuestra cada proposición y resuelve cada problema mediante los dos procedimientos, primero sobre el papel y, a continuación, como él denomina, “En el campo”. Ambos autores ofrecen soluciones a muchos de los problemas, en el caso en el que el agrimensor no disponga de los instrumentos adecuados y, solo disponga de cordel o cuerda y palos o piquetes.

### 3.3 CONTENIDO MATEMÁTICO

Las proposiciones o problemas que se incluyen en las obras pueden agruparse en los siguientes ocho tipos. Esta clasificación está basada y adaptada de la propuesta por León-Mantero (2017).

- Trazado de líneas, ángulos, polígonos y circunferencias, como, por ejemplo “Sobre una recta dada en el terreno, y de un punto señalado en ella, levantar una perpendicular” (Hijosa, 1791, p. 128).
- Construcción del plano de un terreno, como, por ejemplo “Hacer la planta de cualquiera Figura rectilínea” (Echeverría, 1758, p. 17).
- Medición de líneas o distancias entre lugares accesibles, como, por ejemplo “Medir la distancia de la línea AC cuando el Agrimensor solo puede arrimarse a un extremo” (Echeverría, 1758, p. 27)
- Medición de alturas o profundidades, como, por ejemplo “Medir la altura de una montaña escarpada” (Hijosa, 1791, p. 115)
- Medición de la superficie de figuras planas, como, por ejemplo “Medir la área de cualquiera triángulo” (Echeverría, 1758, p. 35)
- División de figuras planas en partes que cumplan unas condiciones dadas, como, por ejemplo “Partir un triángulo en tres partes iguales, de las que dos sean trapecios, y otra triángulo” (Hijosa, 1791, p. 100)
- Transformación de figuras planas, como, por ejemplo “Hacer un triángulo igual a un pentágono” (Echeverría, 1758, p. 98)
- Medición del volumen que ocupan los sólidos, como, por ejemplo “Medir las paredes de un edificio” (Echeverría, 1758, p. 105)

•

Tabla 1. Tipos de problemas hallados en los libros analizados.

	Traza do de líneas	Levantamie nto de planos	Distanc ia	Altur a	Superfic ie	Divisi ón	Transformac ión	Volum en
Echeverr ía	X	X	X		X	X	X	X
Hijosa	X	X	X	X	X	X	X	X

En la Tabla 1 se resumen los tipos de problemas y proposiciones hallados en los libros analizados.

### 3.4 SISTEMA DE REPRESENTACIÓN

Localizamos cinco tipos de representaciones en el texto: representaciones verbales, numéricas y gráficas de tipo geométrico, figuras y tablas. Esta clasificación está basada y adaptada de la propuesta en Madrid et al. (2015), Maz et al. (2013) y León-Mantero (2017).

- Las representaciones verbales se usan para definir conceptos, enunciar y demostrar proposiciones y enunciar y resolver problemas. Un ejemplo de estas es: “Geometría es una de las mas principales ciencias, que trata de la medida de la cantidad continúa” (Hijosa, 1758, p. 1).

- Las representaciones numéricas usan combinaciones de números y signos para realizar los cálculos necesarios para resolver los problemas. Un ejemplo de estas es: “Y es, que  $\frac{2}{3}$  de una cosa Quadrados dan  $\frac{4}{9}$  y por 64. da  $\frac{4}{576}$  que es  $\frac{1}{144}$ ” (Echeverría, 1758, p. 157)

- Las representaciones geométricas se usan para apoyar visualmente las demostraciones de las proposiciones o la resolución de los problemas. En la Figura 2 se puede observar la representación geométrica adjunta de la proposición “De un punto determinado tirar una Esquadra perpendicular” (Echevarría 1758, p. 4).

- Las figuras se usan para ilustrar las herramientas del agrimensor o imágenes de lugares y terrenos que muestren sus dimensiones en proporción a sus medidas reales. En la Figura 1 se muestra la figura adjunta de la proposición “Medir la profundidad de un valle” (Hijosa, 1791, p. 123).

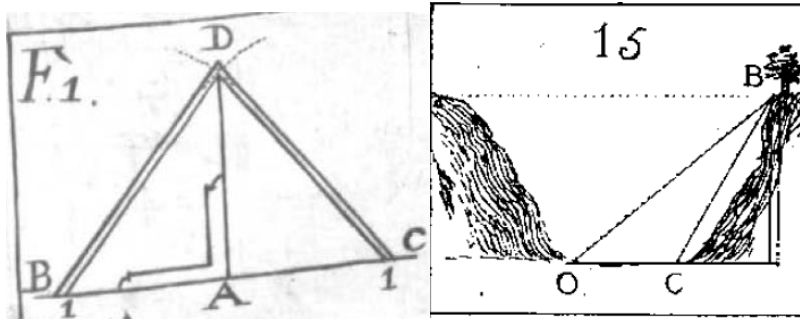


Figura 1. Representación geométrica (Echeverría, 1758, lám. I) y figura (Hijosa, 1791, lám. V)

- Las dos tablas, incluidas en el libro de texto de Echeverría, organizan y agrupan la información necesaria para la medición de la madera en codos, procedimiento que se realizaba exclusivamente en la provincia de Guipúzcoa.

Tabla 2. Tipos de representaciones hallados en los libros analizados.

	Verbal es	Simbólicas		Gráficas		
		Algebr aicas	Numé ricas	Geométri cas	Fi guras	T ablas
Echeverria	X		X	X	X	X
Hijosa	X			X	X	

#### 4 CONCLUSIONES

La puesta en valor de la importancia de la profesión de perito agrimensor, por parte del Gobierno y de la sociedad española del siglo XVIII, inició un proceso institucional para ofrecer una cualificación a aquellos que ya se dedicaban a este trabajo y para evaluar a aquellos aspirantes al mismo. La iniciativa, que consistía de la realización de pruebas que llevaban a la obtención del título de agrimensor, no dio respuesta a la formación de las personas que querían acceder a estas.

Los libros analizados muestran el interés social de los autores de libros de texto por instruir a los aspirantes, acercándoles los conocimientos teóricos y abstractos de la Geometría mediante casos prácticos en el terreno y uso de las herramientas propias del agrimensor.

En las dos obras analizadas se incluyen problemas de medición, división y permutas, así como la construcción y trazado de planos, que son de vital importancia para la labor de un agrimensor. Sin embargo, solo Hijosa aborda problemas de medición de alturas de montañas o edificios o de profundidades de pozos o valles.



Por último, con respecto a los sistemas de representación hallados en las obras, ambos autores recurren a las representaciones verbales, geométricas y gráficas para exponer los conceptos, proposiciones y problemas de la Agrimensura. Echeverría recurre además al uso de representaciones numéricas y tablas, al incluir en un apéndice el procedimiento para codear madera.

### AGRADECIMIENTOS

Esta comunicación se ha realizado dentro del proyecto de investigación del Plan I+D+i del Ministerio de Economía y Competitividad EDU2016-78764-P.

### REFERENCIAS

Astiazarain, M. I. (1989). Un diseño hidráulico para la fuente del portal de San Francisco de Tolosa por el maestro de Loyola Francisco Javier de Echeberría. *Ondare: cuadernos de artes plásticas y monumentales*, 6, 277-288.

Beyer, W. O. (2006). Algunos libros de Aritmética usados en Venezuela en el período 1826-1912. *Revista de Pedagogía*, XXVII(78), 71-110.

Castro, E., & Castro, E. (1997). Representaciones y modelización. In L. Rico (Ed.), *La educación matemática en la enseñanza secundaria* (pp. 95-124). Barcelona: Horsori.

Faus, A. (1995). El ejercicio profesional de la agrimensura en la España del siglo XVIII: titulación académica y formación teórica de los peritos agrimensores. *Llull: Revista de la Sociedad Española de Historia de las Ciencias y de las Técnicas*, 18(35), 425-440.

Gómez, B. (1999). Tendencias metodológicas en la enseñanza de la proporcionalidad derivadas del análisis de libros antiguos: el caso de los problemas de compañías. *RELIME. Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 2(3), 19-30.

León-Mantero, C. (2017). *Juan Cortázar y su contribución a la formación matemática española en el siglo XIX*. Universidad de Córdoba, Córdoba.

León, F. J., & Sanz, M. V. (1994). *Estética y teoría de la arquitectura en los tratados españoles del siglo XVIII*. Madrid: CSIC-CSIC Press.

Madrid, M. J., Maz-Machado, A., & León-Mantero, C. (2015). Representations in the Sixteenth-Century Arithmetic Books. *Universal Journal of Educational Research*, 3(6), 396-401.

Maz-Machado, A., & Rico, L. (2015). Principios didácticos en textos españoles de matemáticas en los siglos XVIII y XIX. *RELIME, Revista latinoamericana de Investigación Educativa*, 18(1), 49-76.

Maz, A., López, C., & Sierra, M. (2013). Fenomenología y representaciones en "Arithmetica Practica" de Juan de Yciar. In L. Rico, M. C. Cañadas, J. Gutiérrez, M. Molina, & I. Segovia (Eds.), *Investigación en Didáctica de la Matemática: homenaje a Encarnación Castro* (pp. 77-84). Granada: Editorial Comares.

Maz, A., & Rico, L. (2009). Negative numbers in the 18th and 19th centuries: phenomenology and representations. *Electronic Journal of Research in Educational Psychology*, 17(1), 537-554.

Schubring, G. (1988). Discussions épistémologiques sur le statut des nombres négatifs et leur représentation dans les manuels allemands et français de mathématique entre 1795 et 1845. *Actes du premier colloque franco-allemand de didactique des mathématiques et de l'informatique* (pp. 137-145). Francia: Editions La Pensée Sauvage.

Schubring, G. (2006). Researching into the History of Teaching and Learning Mathematics: the State of the Art. *Paedagogica Historica*, 42(4-5), 665-677.

Sierra, M., González, M. T., & López, C. (2003). El concepto de continuidad en los manuales españoles de enseñanza secundaria de la segunda mitad del siglo XX. *Educación Matemática*, 15(1), 21-50.

Urrea, J. (1996). *Pregón de la Semana Santa, pronunciado en la Iglesia de Santo Domingo de Medina de Rioseco*. Retrieved from [http://www.semanasantaenrioseco.com/index\\_files/pregones/Pregon1996.pdf](http://www.semanasantaenrioseco.com/index_files/pregones/Pregon1996.pdf)