

**A Volatilidade e assimetria dos preços das ações Banco do Brasil: Uma abordagem do modelo APARCH****The volatility and Asymmetry Bank of Brazil stock prices: An approach to the APARCH model**

DOI: 10.34140/bjbv2n3-055

Recebimento dos originais: 20/05//2020

Aceitação para publicação: 20/06/2020

**Carlos Alberto Gonçalves da Silva**

Doutor em Engenharia de Produção – COPPE/UFRJ

Pós-Doutor em Economia Aplicada pela Universidade Federal Fluminense

Professor Sênior Colaborador do Departamento de Engenharia de Produção

Instituição: Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca

Avenida Maracanã, 229 – Maracanã – Rio de Janeiro – 20271-110

E-mail: ca7gon@gmail.com

**RESUMO**

O presente artigo examina a volatilidade dos retornos diários dos preços das ações do Banco do Brasil por meio dos modelos de variância condicional, também chamados heteroscedásticos. A análise compreende o período de 04 de janeiro de 2010 a 23 de julho de 2020. Os resultados empíricos demonstraram as reações de persistência e assimetria na variância dos respectivos retornos, ou seja, boas e más notícias impactam diferentemente sobre a volatilidade dos retornos de acordo com o modelo ARMA (1,0) - APARCH (1,1), com distribuição *t student*, do ponto de vista da realização de previsões.

**Palavras-chave:** efeito alavancagem, volatilidade de preços, potência assimétrica.**ABSTRACT**

This article examines the volatility of daily returns on Bank of Brazil stock prices using conditional variance models, also called heteroskedasticity. The analysis covers the period from January 4, 2010 to July 23, 2020. The empirical results showed reactions of persistency and asymmetry in the variance of the respective returns, that is, good and bad news impact differently on the volatility of the returns according with the ARMA(1,0)-APARCH (1,1) model, with Student's *t* distribution, from the point of view of making predictions.

**Keywords:** leverage effect, price volatility, asymmetric power.**1 INTRODUÇÃO**

Neste estudo pretende-se empiricamente avaliar o retorno e a volatilidade condicional do retorno da ação do Banco do Brasil e de comportamento assimétrico na volatilidade, utilizando o modelo assimétrico APARCH.

Engle (1982) em seu trabalho seminal teve como objetivo estimar a variância da inflação no Reino Unido, a partir de informações e dados dos anos 70. O resultado de seu trabalho evidenciou a

existência de variância condicional nessa série de retornos, projetando posteriormente uma grandiosidade de trabalhos sobre o modelo ARCH. Em sua segunda publicação, Engle se utilizou da modelagem ARCH para a definição do risco de uma carteira de investimentos, assumindo que o mesmo seguia um processo de variância condicional. Em 2001, na publicação *“The use of ARCH/GARCH models in applied econometrics”*, Engle, através dos modelos ARCH e GARCH comprovou que em diversas séries temporais financeiras, as várias extensões desses modelos podiam ser testadas e exibidas, por exemplo, na precificação de ativos e análises de carteiras, revalidando e corroborando a aplicação do modelo ARCH em finanças.

A generalização do modelo ARCH foi elaborada por Bollerslev (1986) quando apresentou o modelo GARCH. O autor propôs a inserção de variância de defasagens no modelo, uma espécie de instrumento adaptativo. No modelo ARCH, a variância condicional é função das variâncias amostrais. A apresentação empírica do modelo foi baseada na taxa de inflação americana e o modelo foi amplamente aceito e utilizado, inclusive por Engle.

Nelson (1991) estruturou a partir dos modelos ARCH/GARCH uma nova abordagem- *“Conditional Heteroskedasticity in Asset Returns: A New Approach”*- no qual o autor adiciona um complemento exponencial ao modelo ARCH, derivando-o ao modelo *Exponencial Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity* (EGARCH), reiterando ainda, perspectivas para mais pesquisas.

Zakoian (1994) considerou uma alteração no modelo clássico ARCH proposto por Engle. No seu trabalho foi apresentado o modelo TARARCH, onde o desvio padrão condicional é uma função linear por partes dos valores passados do ruído branco. Esta forma específica permitiu que diferentes reações da volatilidade de sinais diferentes fossem captadas pelo modelo.

A seguir realiza-se um breve comentário de alguns trabalhos utilizando modelos condicionalmente heteroscedásticos.

Mota e Fernandes (2004), compararam modelos da família GARCH com estimadores alternativos baseados em cotações de abertura, fechamento, máximo e mínimo. Os resultados indicaram que os estimadores alternativos são precisos quanto aos modelos do tipo GARCH.

Morais e Portugal (1999) apresentaram modelos da família GARCH que captam diferentes efeitos observados em séries financeiras, tais como a aglomeração da variância, o efeito “leverage” e a persistência na volatilidade. Neste estudo é comparada a estimativa da volatilidade do índice Bovespa obtida por processos determinísticos e estocásticos, abrangendo três períodos conturbados: a crise do México, a crise Asiática e a moratória Russa. Os resultados do estudo mostraram que ambos os processos conseguem prever a volatilidade.

Costa e Ceretta (1999) examinaram a influência de eventos sobre a volatilidade nos mercados de ações da América Latina, utilizando o modelo GJR-GARCH (1,1)-M. O estudo utiliza índices diários dos mercados de ações e abrange um período compreendido entre janeiro de 1995 e dezembro de 1998. Os resultados obtidos sugerem que a influência dos eventos negativos é superior à dos eventos positivos na maioria dos países analisados.

Freitas e Sáfyadi (2015) analisaram a persistência, a alavancagem e a variância condicional dos retornos de commodities (etanol, açúcar, soja, milho, café, algodão, arroz, trigo, frango, boi gordo e bezerro), utilizando o modelo APARCH. Os resultados mostraram que a variância condicional foi assimétrica apenas nos retornos do etanol, do café, do algodão, do boi gordo e do bezerro.

Em relação à aplicação de séries financeiras, autores brasileiros e internacionais desenvolveram trabalhos, utilizando os modelos condicionalmente heteroscedásticos, pode-se citar Duarte *et al.* (1996), Almeida e Pereira (1999), Issler (1999), Baidya e Costa (1999), Engle e Bollerslev (1986), Bollerslev *et al.* (1992), Silva (2006) e Araujo e Camargos (2019).

Neste estudo o objetivo é avaliar empiricamente o processo de volatilidade dos retornos dos preços das ações do Banco do Brasil, examinando-se dois fatores determinantes, a persistência de choques e assimetria da volatilidade, por meio da aplicação do modelo APARCH.

## 2 METODOLOGIA E DADOS

### 2.1 TESTES DE DICKEY-FULLER AUMENTADO (ADF), PHILLIPS-PERRON (PP) E KWIATKOWSKIT, PHILLIPS, SCHMIDT E SHIN (KPSS)

Para testar a estacionariedade das séries, será utilizado neste trabalho, o teste ADF (Dickey – Fuller Aumentado) (1979), no sentido de verificar a existência ou não de raízes unitárias nas séries temporais. O teste de Dickey-Fuller Aumentado (ADF) consiste na estimação da seguinte equação por Mínimos Quadrados Ordinários (MQO):

$$\Delta Y_t = \alpha + \beta t + \gamma Y_{t-1} + \sum_{i=1}^p \delta_i \Delta Y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (1)$$

onde  $\Delta Y_t$  é o operador de diferenças ( $Y_t - Y_{t-1}$ ),  $\alpha$  é uma constante,  $\beta t$  é a componente de tendência do modelo,  $\gamma$  é o coeficiente que permite testar a estacionariedade (se  $\gamma = 0$ , Y tem uma raiz unitária),  $p$  é o número de termos defasados a incluir no modelo e  $\varepsilon_t$  é o termo de erro aleatório ou perturbação estocástica.

O teste Phillips e Perron (PP) também é usado para investigar a presença de raiz unitária da série. O que difere entre os dois testes é o fato de que o teste Phillips-Perron garante que os resíduos são não correlacionados e possuem variância constante. Ao contrário do teste Dickey-Fuller Aumentado, o teste de Phillips-Perron não inclui termos de diferenças defasadas, mas pode também incluir termos de tendência e um intercepto.

O teste KPSS [Kwiatkowski, Phillips, Schmidt e Shin (1992)], surgiu como uma forma de complementar a análise dos testes de raiz unitária tradicional, como testes ADF e PP. Ao contrário dos testes ADF e PP, o teste KPSS, considera como hipótese nula que a série é estacionária, ou estacionária em torno de uma tendência determinística, contra a hipótese alternativa que um caminho aleatório está presente.

## 2.2 TESTE DE NORMALIDADE DA SÉRIE: JARQUE-BERA (JB)

O teste de normalidade Jarque-Bera (*JB*) é baseado nas diferenças entre os coeficientes de assimetria e curtose da série e os da lei normal, servindo para testar a hipótese nula de que a amostra foi extraída de uma distribuição normal. Para a realização deste teste, calcula-se, primeiramente a assimetria e a curtose dos resíduos e utiliza-se a estatística de teste:

$$JB = n \left[ \frac{S^2}{6} + \frac{(C-3)^2}{24} \right] \quad (2)$$

onde *JB* é o teste Jarque-Bera, *S* é o coeficiente de assimetria das observações, *C* é o coeficiente de curtose das observações e *n* é o número de observações. Sob a hipótese nula de normalidade, a estatística *JB* segue a distribuição qui-quadrado com dois graus de liberdade. Se o valor de *JB* for muito baixo, a hipótese nula de normalidade da distribuição dos erros aleatórios não pode ser rejeitada. Se o valor de *JB* for muito alto, rejeita-se a hipótese de que os resíduos ou erros aleatórios se comportam como uma distribuição normal. Se o valor *p* da estatística qui-quadrado calculada for suficientemente baixo, pode-se rejeitar a hipótese de que os resíduos têm distribuição normal. Se o valor *p* for alto, se aceita a hipótese de normalidade.

## 2.3 TESTE DE LINEARIDADE (BDS)

Uma vez detectada que a distribuição não é normal, faz-se necessário testar o modelo para linearidade. Este teste foi desenvolvido por Brock, Dechert e Scheinkman (1987), usado para testar se as variáveis aleatórias que compõem uma série são independentes e identicamente distribuídas

(IID), ou seja, pode verificar várias situações em que as variáveis não são IID, tais como não estacionariedade, não linearidade e caos determinístico. O teste se baseia no conceito de correlação espacial da teoria do caos e segundo os autores a estatística BDS é formulada como:

$$W_m^n(\varepsilon) = \frac{\sqrt{N}(C_m^n(\varepsilon) - (C_1^n(\varepsilon))^m)}{\sigma_m(\varepsilon)} \quad (3)$$

Onde  $W_m^n(\varepsilon)$  converge para uma distribuição normal  $N(0, 1)$ , à medida que  $n$  tende para infinito.

Assim sendo, os testes de hipóteses são:

$H_0$  : a série segue um processo *iid* (independente e identicamente distribuído).

$H_1$  : a série não segue um processo *iid*.

## 2.4 MODELOS ARMA

Modelos univariados são aqueles em que os valores correntes de uma série de tempo são relacionados apenas com seus próprios valores passados ou com os valores correntes e passados dos resíduos da série temporal.

A combinação dos modelos auto-regressivos (AR) e de médias móveis (MA) resulta no modelo denominado ARMA. Assim, tratando-se de uma série temporal  $Y_t$  e considerando-se suas primeiras diferenças  $Y_t = Y_t - Y_{t-1}$ , com  $p$  defasagens para a variável e  $q$  para os erros aleatórios, pode-se expressar o modelo ARMA (p,q) da seguinte maneira:

$$Y_t = \mu + \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q} \quad (4)$$

O modelo ARIMA (p, d, q), onde  $p$  refere-se ao número de defasagens da série,  $d$  é a ordem de integração e  $q$  é o número de defasagens dos erros aleatórios (Box e Jenkins, 1976).

## 2.5 O MODELO APARCH

O modelo APARCH (Asymmetric Power Autorregressive Conditional Heteroskedasticity) proposto por Ding *et al.* (1993), oferece uma forma geral em que a potência da equação da variância

condicional é estimada, bem como os parâmetros tradicionais como alpha e beta, pode ser representado por:

$$\sigma_t^\delta = \omega + \sum_{i=1}^p \alpha_i (|\varepsilon_{t-i}| - \gamma_i \varepsilon_{t-i})^\delta + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}^\delta \quad (5)$$

onde  $\omega ; \alpha_i \geq 0$ , para  $i = 1, \dots, p$ ;  $\beta_j \geq 0$ , para  $j = 1, \dots, q$ ;  $\delta \geq 0$  e  $-1 < \gamma_i < 1$ . Este modelo pode detectar impactos assimétricos de choques sobre a volatilidade. Se  $\gamma_i > 0$ , verifica-se o efeito alavancagem, isto é, choques negativos tem um impacto maior sobre a volatilidade da série que choques positivos de um dia à frente. Se  $\gamma_i < 0$ , indica que choques positivos tem maior impacto sobre a volatilidade que choques negativos. O parâmetro  $\delta$  permite determinar outras potências para a equação da variância condicional, através de uma transformação Box-Cox do  $\sigma_t$ , a qual pode estimar várias potências para o desvio padrão condicional, como acontece como o modelo GARCH, utilizando-se apenas a potência quadrática.

Charles (2010) confirma que o modelo APARCH foi considerado relevante em várias aplicações. Segundo Laurent (2004) esse modelo é um dos mais importantes da família ARCH, o qual abrange ao menos sete modelos ARCH como seguem:

- ARCH de Engle (1982), quando  $\delta = 2$ ,  $\gamma_i = 0$  e  $\beta_j = 0$ ;
- GARCH de Bollerslev (1986), quando  $\delta = 2$ ,  $\gamma_i = 0$ ;
- ARCH não-linear de Higgins e Bera (1992), quando  $\gamma_i = 0$  e  $\beta_j = 0$ ;
- GARCH de Taylor (1986) e Schwert (1990), quando  $\delta = 1$ ,  $\gamma_i = 0$ ;
- TARCH de Zakoian (1994), quando  $\delta = 1$  e  $\beta_j = 0$ ;
- Log-ARCH de Geweke (1986) e Pentula (1986), quando  $\delta \rightarrow 0$ ;
- GJR-GARCH de Glosten-Jagannathan-Runkle (1993), quando  $\delta = 2$ .

## 2.6 DISTRIBUIÇÕES DE ERROS

Para o modelo APARCH, serão ajustadas as distribuições Gaussiana (Normal), *t-Student* e Generalized Error Distribution (GED), descritas a seguir pela função log-verossimilhança.

## 2.6.1 Distribuição normal

Balakrishnan e Nevzorov (2003) mostram que a função densidade da probabilidade normal é a distribuição mais utilizada como parâmetro de comparação em aplicações estatísticas (análise de regressão, séries temporais, etc). Assim a distribuição normal é definida como:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right\} \quad (6)$$

onde  $\mu$  a média e  $\sigma$ , o desvio padrão da variável aleatória  $x$ .

Pode-se dizer que uma amostra obedece a uma distribuição Log-normal se os logaritmos de seus valores apresentam a uma distribuição normal, ou seja, representada pela seguinte maneira:

$$L_{normal}(x) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(\frac{-\ln(x) - \mu}{2\sigma}\right) \quad \text{para } x > 0, \text{ onde } \mu \text{ é a média dos logaritmos da variável}$$

$x$ , e  $\sigma$  o desvio padrão dos logaritmos da variável aleatória  $x$ .

## 2.6.2 Distribuição *t-Student*

Hsieh (1989) e Baillie & Bollerslev (1989) mostraram que a distribuição *t-Student* pode capturar desempenho dos log-retornos em séries temporais. Assim, a função densidade da probabilidade pode ser descrita como:

$$L_{student-t} = \ln\left[\Gamma\left(\frac{\nu+1}{2}\right)\right] - \ln\left[\Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right)\right] - 0,5\ln[\pi(\nu-2)] - 0,5\sum_{t=1}^n \left[ \ln\sigma_t^2 + (1+\nu)\ln\left(1 + \frac{\varepsilon_t^2}{\nu-2}\right) \right] \quad (7)$$

em que  $\Gamma(\cdot)$  é a função gama,  $\nu$  corresponde aos graus de liberdade. Tem-se que  $\nu > 2$ , se  $\nu \rightarrow \infty$ , a distribuição *t-student* converge para uma distribuição normal.

## 2.6.3. GED (distribuição generalizada de erro)

A distribuição (GED) foi introduzida por Subbotin (1923) e sendo inicialmente utilizada por Box e Tiao (1973), e posteriormente por Nelson (1991). A função densidade de probabilidade GED é expressa como:

$$L_{GED} = \sum_{t=1}^n \left[ \ln(v/\lambda_v) - 0,5 \left| \frac{\varepsilon_t}{\lambda_v} \right|^v - (1+v^{-1}) \ln(2) - \ln \Gamma(1/v) - 0,5 \ln(\sigma_t^2) \right], \quad (8)$$

onde  $v$  é o grau de liberdade e  $\Gamma(\cdot)$  é a função gama, e  $\lambda_v \equiv \sqrt{\frac{\Gamma\left(\frac{1}{v}\right) 2^{(-2/v)}}{\Gamma\left(\frac{3}{v}\right)}}$

Essa distribuição generaliza a distribuição Normal podendo ter caudas mais leves ( $k > 2$ ) ou mais pesadas ( $k < 2$ ) do que a Normal Padrão ( $N(0,1)$ ) e se  $k=2$  obtemos a distribuição Normal.

## 2.7 DADOS

Os dados utilizados neste estudo se referem aos preços diários da ação Banco do Brasil, compreendendo o período de 04/01/2010 a 23/7/2016, num total de 2620 observações diárias. Os dados foram obtidos do *site Yahoo finance*. O software utilizado para se estimar a regressão dos dados e do modelo de análise foi *Eviews 9.0*.

## 3 RESULTADOS EMPÍRICOS E ANÁLISES

Os retornos diários foram calculados através da fórmula:  $r_t = \ln(P_t) - \ln(P_{t-1})$ . Sendo que  $P_t$  representa o preço da ação no dia  $t$  e  $P_{t-1}$  o preço da ação no dia anterior ( $t-1$ ).

As Figuras 1 e 2 mostram o comportamento das séries de cotações dos preços e retornos diários da ação Banco do Brasil no período considerado.



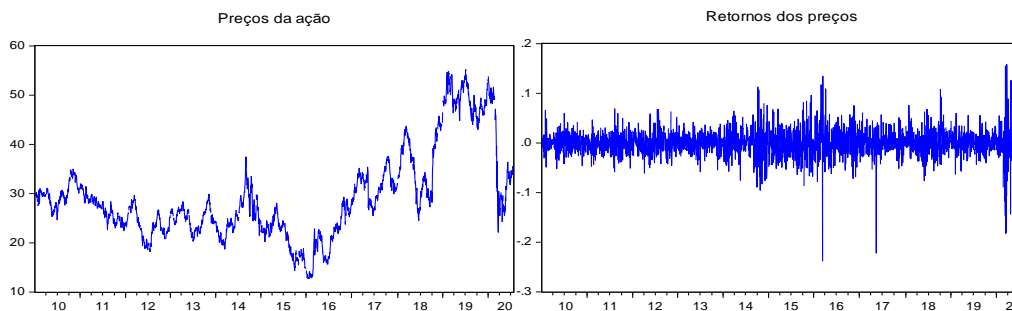


Figura 1 - Cotações diárias dos preços da ação Banco do Brasil

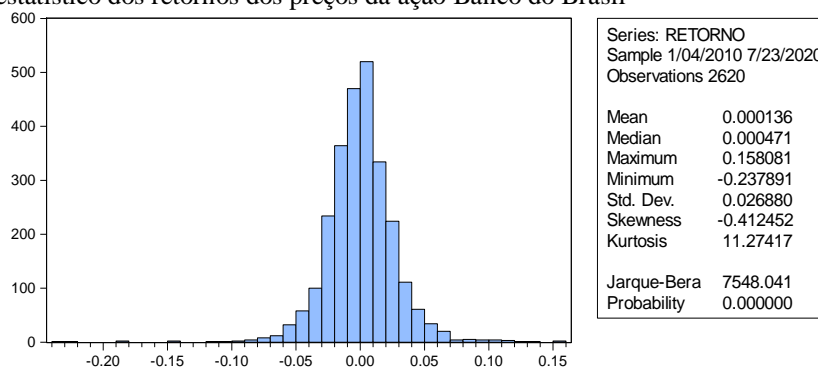
Figura 2 - Retornos diários dos preços da ação Banco do Brasil

Na inspeção visual da Figura 2, dentro do período de análise, nota-se uma acentuada volatilidade nos retornos, com a presença de *outliers*. Dessa forma foi preciso testar a normalidade e estacionariedade da série dos retornos diários dos preços da ação para aplicação do modelo heteroscedástico.

Algumas estatísticas descritivas básicas são indicadas na tabela 1. Observa-se que os retornos diários dos preços da ação apresentam uma distribuição leptocúrtica devido ao excesso de curtose (11,27417) em relação à distribuição normal (3,0). A estatística de Jarque-Bera indicou a rejeição da normalidade da distribuição da série, com *p-valor* igual a zero.

Pela análise dos resultados, constata-se que tanto a média (0,000136) quanto a mediana (0,000471) apresentaram valores próximos de zero. A variação entre o valor mínimo (-0,238) e o valor de máximo (0,158) da série, pode ser explicada devido algumas oscilações significativas nos retornos dos preços da ação. O baixo valor do desvio-padrão (0,027) indica que, de maneira geral, as altas variações na série ocorreram em poucas ocasiões, ou seja, em períodos de picos positivos e negativos.

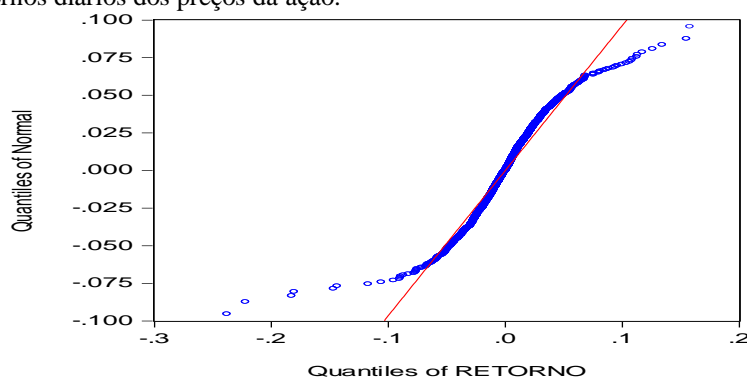
Tabela 1 – Sumário estatístico dos retornos dos preços da ação Banco do Brasil



O Q-Q Plot representa um dos métodos gráficos mais utilizados na verificação da normalidade de séries temporais. O procedimento empregado consiste na comparação gráfica dos quantis teóricos

da distribuição normal com os quantis dos dados amostrais. A Figura 3 mostra a existência de uma relação não linear entre os quantis teóricos e empíricos, bastante acentuada nas caudas das distribuições, indicando caudas mais pesadas na distribuição empírica. Assim sendo, todos os testes rejeitaram a hipótese de normalidade da série analisada.

Figura 3 - Plot Q-Q Retornos diários dos preços da ação.



Antes de se efetivar a modelagem Box-Jenkins, é possível verificar formalmente se as séries dos retornos são estacionárias. Assim, os testes Dickey-Fuller Aumentado (ADF) (1979) e Phillips-Perron (PP) e (1988) e Kwiatkowski, Phillips, Schmidt e Shin (KPSS) com constante e com tendência, identificaram que as séries de retornos da ação são estacionárias e não contém raízes unitárias, conforme se observa na Tabela 2.

Tabela 2 – Teste de estacionariedade para a série dos retornos dos preços da ação Banco do Brasil.

Variável	ADF	Valor Crítico (5%)	PP	Valor Crítico (5%)	KPSS	Valor Crítico (5%)
Banco do Brasil	-50,8696	- 3,4115	- 50,8698	- 3,4115	0,0323	0,1460

Fonte: Elaborada pelo autor.

Após a confirmação da estacionariedade, procedeu-se a escolha dos modelos ARMA para a estimação da equação da média da série do retorno dos preços da ação, visando eliminar o problema de correlação serial. Dentre os modelos analisados foi escolhido o modelo ARMA (1,0), com base nos critérios de informação de Akaike (AIC) e Schwartz (SBC), melhor se ajustou ao comportamento da série.

Um teste de não linearidade pode ser necessário descrever as características da série histórica dos retornos da ação Banco do Brasil. Assim, na tabela 3 mostra que os resultados apresentados indicam o efeito de não linearidade, ou seja, que as probabilidades são menores que 5% ao nível de

significância, implicando uma rejeição da hipótese nula de que a série dos retornos é linearmente dependente.

Tabela 3 - Teste à independência temporal da ação Banco do Brasil (BDS)

Dimensão	Estatística BDS	Estatística Z	Probabilidade
2	0,0164	9,8659	0,0000
3	0,0344	13,0695	0,0000
4	0,0452	14,4911	0,0000
5	0,0508	15,6550	0,0000
6	0,0536	17,1922	0,0000

Fonte: Elaborada pelo autor com base na pesquisa.

Antes de estimar o modelo APARCH, foi necessário realizar o teste ARCH para verificar se há ou não presença de heteroscedasticidade nos resíduos dos retornos, efetuou-se o teste LM (multiplicador de Lagrange) proposto por Engle (1982). Os valores do teste estão apresentados na Tabela 4. Observa-se que o teste mostra evidência contra a hipótese nula de não haver heteroscedasticidade condicional nos resíduos dos retornos da ação.

Tabela 4 – Teste ARCH.

Lag	F stat	Prob	LM	Prob.
5	86,45	0,0000	367,98	0,0000
10	46,74	0,0000	387,87	0,0000

Fonte: Dados da pesquisa

Assim sendo, foi calibrado o modelo de persistência e assimetria (família ARCH), no sentido de observar a dinâmica da volatilidade dos retornos dos preços da ação. Foram utilizados três tipos de distribuições para os resíduos: normal (gaussiana), *t de student* e GED (*Generalized error distribution*). A distribuição *t Student* obteve o melhor grau de ajuste de acordo com os critérios utilizados (AIC, SBC) (Tabela 5).

Tabela 5 - Critérios de seleção entre as distribuições de erros do modelo

Modelo	Distribuição de erros	AIC	SBC
ARMA (1,0) APARCH (1,1)	Normal	-4,6514	-4,6379
	t Student*	-4,6975	-4,6818
	GED	-4,6862	-4,6705

Fonte: Elaborada pelo autor.  
(\* ) distribuição selecionada

Analisando a Tabela 6 pode ser observado no modelo ARMA (1,0) - APARCH (1,1) - *t Student*, que os coeficientes estimados são estatisticamente significativos ao nível de 5%. A soma dos

coeficientes  $\alpha$  e  $\beta$  é igual a 0,9877, indicando que um choque na série dos retornos dos preços da ação terá efeito por muito tempo na volatilidade destes retornos. O coeficiente de persistência da volatilidade igual a 0,8801 confirma que os choques da volatilidade serão lentamente enfraquecidos dos retornos, ou seja, indica que 88,01% de um choque gerado na série do retorno da ação Banco do Brasil no tempo  $t-1$  persistirá no tempo  $t$ . O AR(1) com o valor de 0,0547, estatisticamente significativo, indica o quanto o retorno do período  $t-1$  influencia o retorno do período  $t$ . Já o valor positivo de 0,2617 para o coeficiente ( $\gamma$ ) significa que choques negativos passados têm um impacto mais forte na volatilidade condicional do que choques positivos passados, indica a existência do efeito alavancagem. O coeficiente da potência assimétrica  $\delta$  (1,4661), foi significativo ao nível de erro de 5% na série dos retornos da ação.

Tabela 6 – Resultado da estimação do modelo ARMA (1,0)-APARCH (1,1)

Especificação	Coefficientes	p-valor (*)
<b>Média Condicional</b>		
AR (1)	0,0547	0,0063
<b>Variância Condicional</b>		
$\omega$	0,000135	0,0022
$\alpha$	0,1076	0,0000
$\beta$	0,8801	0,0000
$\gamma$	0,2617	0,0000
$\delta$	1,4661	0,0000

(\*) nível de significância de 5%.

Fonte: Resultados da pesquisa. Elaborada pelo autor

A análise dos resíduos do modelo ARMA (1,0) - APARCH(1,1) com distribuição *t Student*, apresentada na tabela 7, indica a não normalidade dos resíduos (teste de Jarque-Bera). Portanto, os testes de Ljung-Box (com 10, 15 e 20 defasagens) e LM ARCH confirmam que os resíduos são “ruído branco”, não apresentam dependência serial e o modelo tem um ajuste adequado.

Tabela 7 – Diagnóstico dos resíduos do modelo ARMA (1,0)-APARCH(1,1) *t Student*

Teste	Estatística	p-valor
Jarque-Bera	1157.723	0,000
$Q(10)$	4.856	0,847
$Q(15)$	11.888	0,615
$Q(20)$	13.241	0,820
$Q^2(10)$	7.221	0,704
$Q^2(15)$	9.893	0,826
$Q^2(20)$	11.788	0,923
LM-Arch	0.149	0,699

#### 4 CONCLUSÃO

No presente estudo, buscou-se estimar e analisar a persistência de choques e assimetria (efeito alavancagem) da volatilidade da série de retornos da ação Banco do Brasil.

Os coeficientes estimados do modelo ARMA (1,0) - APARCH (1,1) - *t Student*, são estatisticamente significativos. O coeficiente de persistência da volatilidade confirma que os choques da volatilidade serão lentamente enfraquecidos dos retornos. Já o valor positivo obtido para o coeficiente ( $\gamma$ ) significa que choques negativos passados têm um impacto mais forte na volatilidade condicional do que choques positivos passados, indica a existência do efeito alavancagem. O coeficiente da potência assimétrica  $\delta(1,4661)$ , foi significativo ao nível de erro de 5% na série dos retornos da ação.

O modelo utilizado apresenta forte avanço metodológico no tratamento dos retornos dos preços da ação, servindo como ferramentas importantes no gerenciamento de risco pelos investidores.

**REFERÊNCIAS**

ALMEIDA, N. M. C. G.; PEREIRA, P. L. V. – Mudança de Regime em Volatilidade: Os Modelos SWGARCH. Anais do XXI Encontro Brasileiro de Econometria, p.39-58, 1999.

ARAÚJO, B.V.F.; CAMARGOS, M.A. – Modelagem da volatilidade condicional incorporando o período não regular do pregão ao modelo APARCH. **Revista Contabilidade & Finanças**. v.30, n.80, p. 202-215, 2019.

BAIDYA, T. K. N.; COSTA, P. H. S. - Modelagem de séries financeiras brasileiras: previsão de preços de alguns ativos. **Revista da Sobrapo**, 1999.

BAILLIE, R. T., BOLLERSLEV, T. - The message in daily exchange rates: a conditional variance tale. **Journal of Business and Economic Statistics**, v. 7, p. 297-305, 1989.

BALAKRISHNAN, N.; NEVZOROV, V. B. - A primer on statistical distributions. New Jersey, 2003.

BOLLERSLEV, T.; RAY, Y. C.; KENNETH, F. K. - ARCH modeling in finance: a review of the theory and empirical evidence. **Journal of Econometrics**, 52, p. 5-59, 1992.

BOLLERSLEV, T. - Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity. **Journal of Econometrics**, v.31, n.3, p. 307-327, 1986.

BOX, G. E., TIAO, P. E. - Bayesian inference in statistical analysis. Reading, Massachusetts: Addison-Wesley, 1973.

BOX, G. P.; JENKINS, G. M. - Time series analysis, forecasting and control. Holden-Day, San Francisco, 1976.

BROCK, W.A.; DECHERT, W.D.; SCHEINKMAN, J. - A Test for Independence Based on the Correlation Dimension. Department of Economics, University of Wisconsin, SSRI Working Paper, 8702, 1987.

CHARLES, A. - The day-of-the-week effects on the volatility: the role of the asymmetry. **European Journal of Operational Research**, v. 202, p. 143-152, 2010.

COSTA Jr, N. C. A.; CERETTA, P. S. - Influência de Eventos positivos e negativos sobre a volatilidade dos mercados na América Latina. Caderno de Pesquisa em Administração –USP, v.1, n.10, 1999.

DICKEY, D.A.; FULLER, W. - A distribution of the estimators for autoregressive times series with unit root. **Journal of the American Statistical Association**, 1979.

DING, Z.; GRANGER, C.W. J.; ENGLE, R.F. A long memory property of stock market returns and a new model. **Journal of Empirical Finance**, v. 1, n. 1, p. 83–106, 1993.

DUARTE, J.A.M.; PINHEIRO, M.A.; HEIL, T.B.B. - Estimção da Volatilidade de Ativos e Índices Brasileiros. **Resenha BM&F**, n.111, p.16-28, 1996.

ENGLE, R. F.- Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with estimates of the variances of United Kingdom Inflation. **Econometrica**, v.50, n.4, p. 987-1007, 1982.

ENGLE, R. F.; BOLLERSLEV, T. - Modelling the persistence of conditional variances. **Econometric Review**, 5, p. 1-50, 1986.

- FREITAS, C. A.; SÁFADI, T. - Volatilidade dos retornos de commodities agropecuárias brasileiras: um teste utilizando o modelo APARCH. **RESR**, vol.53, n. 2, p. 211-228, 2015.
- GEWEKE, J. - Modeling the persistence of conditional variances: a comment. **Econometric Review**, v. 5, p. 57–61, 1986.
- GLOSTEN, L. R.; JAGANNATHAN, R.; RUNKLE, D. E. - On the relation between the expected value and the volatility of the nominal excess returns on stocks. **Journal of Finance**, 48(4), p. 1779-1801, 1993.
- HIGGINS, M.; BERA, A. - A class of nonlinear ARCH models. **International Economic Review**, v. 33, p. 137-158, 1992.
- HSIEH, D. - Modeling heteroskedasticity in daily foreign exchange rates. **Journal of Business and Economics Statistics**, v. 7, p. 307-317, 1989.
- ISSLER, J. V. - Estimating and Forecasting the Volatility of Brazilian Finance series Using ARCH Models. **Revista de Econometria**, v.19, n.1, p.5-56, 1999.
- JARQUE, C.; BERA, A. - A test for normality of observations and regression residuals. **International Statistical Review**, 55, p.163-172, 1987.
- KWIATKOWSKI, D.; PHILLIPS, P.C.B.; SCHMIDT P.; SHIN, Y. - Testing the null hypothesis of stationarity against the alternative of a unit root: How sure are we that economic time series have a unit root? **Journal of Econometrics**, 54(1) p. 159-178, 1992.
- LAURENT, S. - Analytical Derivates of the APARCH Model. **Computational Economics**, v. 24, p. 51-57, 2004.
- MORAIS, I. A. C.; PORTUGAL, M. S. (1999). - Modelagem e previsão de volatilidade determinística e estocástica para a série do Ibovespa. **Estudos Econômicos**, v.29, n.3, p. 303-34, 1999.
- MOTA, B.; FERNANDES, M. - Desempenho de estimadores de volatilidade na Bolsa de Valores de São Paulo. **Revista Brasileira de Economia**, 58(3), p.429-448, 2004.
- NELSON, D.B. - Conditional heteroskedasticity in asset returns: a new approach. **Econometrica**, v. 59, p. 347-370, 1991.
- PENTULA, S. - Modeling the persistence of conditional variances: a comment. **Econometric Review**, v. 5, p. 71–74, 1986.
- PHILLIPS, P.C.B.; PERRON, P. - Testing for a unit root in time series regression. **Biometrika**, 75(3), p. 335-346, 1988.
- SCHWERT, W. - Stock volatility and the crash of '87. **Review of Financial Studies**, v. 3, p. 77–102, 1990.
- SILVA, C. A. G. - Uma Análise Empírica da Volatilidade do Retorno da Ação da Petrobrás – Anais “X Encontro de Modelagem Computacional”, Instituto Politécnico/UERJ, Nova Friburgo, RJ, 2006.
- SUBBOTIN, M. T. - On the Law of Frequency of Error. **Matematicheskii Sbornik**, v. 31, p. 296-301, 1923.
- TAYLOR, S. - Modeling Financial Time Series. New York: Wiley, 1986.

ZAKOIAN, J.M. - Threshold Heteroskedascity Models. **Journal of Economic Dynamics and Control**, v.18, p.931-955, 1994