

**Simulação de um modelo de otimização de biodigestores para a produção sustentável de bioenergia****Simulation of an optimization model of biodigesters for the sustainable production of bioenergy**

10.34140/bjbv2n2-021

Recebimento dos originais: 20/01//2020

Aceitação para publicação: 30/03/2020

**Gustavo Chaves Tanaka**

Mestre em Engenharia Elétrica pela Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" – UNESP

Universidade Estadual Paulista – FEB - UNESP

Av. Eng. Luiz Edmundo C. Coube 14-01 - Presidente Geisel - Bauru – SP, Brasil

E-mail: gustavotanakachaves@gmail.com

**Antonio Roberto Balbo**

Livre-Docência em Matemática Aplicada e Computacional pela Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" – UNESP

Universidade Estadual Paulista - FC - UNESP

Av. Eng. Luiz Edmundo C. Coube 14-01 - Presidente Geisel - Bauru – SP, Brasil

E-mail: antonio.balbo@unesp.br

**Celia Aparecida dos Reis**

Doutora em Engenharia Elétrica pela Universidade de São Paulo - USP

Universidade Estadual Paulista – FEIS - Unesp

Avenida Brasil, 56 - Centro - Ilha Solteira – SP, Brasil

E-mail: celia.reis@unesp.br

**Helenice de Oliveira Florentino**

Doutora em Engenharia Elétrica pela Universidade de São Paulo - USP

Universidade Estadual Paulista – IB - Unesp

R. Prof. Dr. Antônio Celso Wagner Zanin, 250 - Distrito de Rubião Junior – Botucatu –SP, Brasil

E-mail: helenice.silva@unesp.br

**Adriana Cristina Cherri**

Doutora em Ciências da Computação e Matemática Computacional pela Universidade de São Paulo - USP

Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" – UNESP

Av. Eng. Luiz Edmundo C. Coube 14-01 - Presidente Geisel - Bauru – SP, Brasil

E-mail: adriana.cherri@unesp.br

**RESUMO**

Com a escassez de combustíveis fósseis, fontes alternativas de energia renovável fizeram com que o biogás ganhasse destaque. O biogás é obtido do processo de fermentação de resíduos orgânicos, entre eles, dejetos de animais como suínos, bovinos e aves. A produção desse gás ocorre em biodigestores, que são equipamentos compostos basicamente por um gasômetro e uma câmara fechada na qual os resíduos orgânicos são digeridos por um consórcio de bactérias anaeróbias, gerando o biogás e também biofertilizante. O biodigestor tem ainda a finalidade de descontaminação dos resíduos a partir do processo de biodigestão, contribuindo com a diminuição da poluição causada por estes dejetos. Entre os possíveis tipos de biodigestores, o modelo indiano é estudado neste trabalho. Um modelo de otimização não-linear inteiro misto é proposto para auxiliar na escolha de quais biodigestores devem ser colocados em operação, visando obter a máxima produção de biogás e atender as restrições de demanda de energia local e de clientes de uma propriedade rural. Uma linearização para o modelo proposto também é apresentada e uma simulação computacional é realizada com dados reais, mostrando a eficiência do modelo proposto.

**Palavras-chave:** Modelos Matemáticos, Energia Renovável, Otimização Inteira Mista, Simulação Computacional.

**ABSTRACT**

As fossil fuels become scarce, alternative sources of renewable energy have highlighted biogas production. The biogas is obtained from the fermentation process of organic waste, including animal waste such as pigs, bovine and poultry. The production of this gas takes place in biodigesters, which are equipment composed basically of a gasometer and a closed chamber in which organic waste is digested by a consortium of anaerobic bacteria, generating biogas and biofertilizer. The biodigesters also have the purpose of decontamination of residues from the biodigestion process, contributing to the reduction of pollution caused by these wastes. Among the possible types of biodigesters, the Indian model will be studied in this work. A nonlinear mixed integer optimization model is proposed to assist in choosing which biodigesters should be put in operation. The objective is to maximize the biogas production and to meet the constraints of local energy demand and customers from a rural property. A linearization for the proposed model is also presented, and computational simulation is performed with actual data showing the efficiency of the proposed model.

**Keywords:** Mathematical Models, Renewable Energy, Mixed Integer Optimization, Computational Simulation.

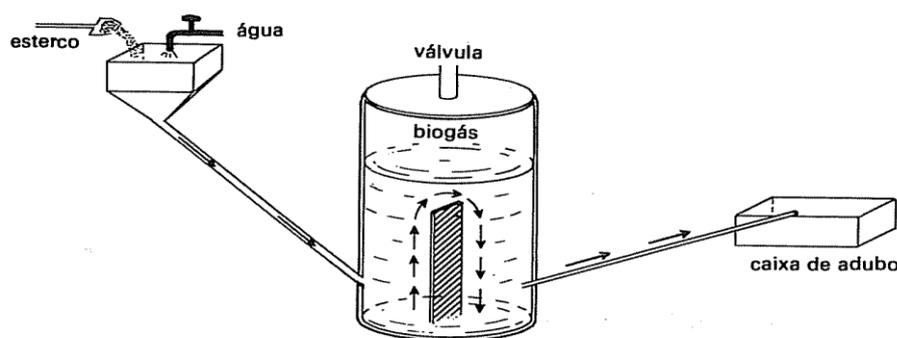
**1 INTRODUÇÃO**

A produção de energia com mínimo impacto ambiental e maior rendimento energético a um custo mínimo é de grande interesse para gestores de diversos tipos de propriedades, assim como para pesquisadores que vem desenvolvendo diversos estudos com esta finalidade.

O estudo envolvendo biodigestores insere-se nesta vertente, sendo de grande relevância e interesse, principalmente em propriedades rurais. Estes, em geral, consistem de um gasômetro e uma câmara fechada que armazena matéria orgânica fresca ou biomassa, com a finalidade de produzir gás combustível, bem como biofertilizantes, os quais podem ser utilizados, respectivamente, para suprir a demanda de energia e de adubação de solos de propriedades rurais (Bassanezi, 1988). A biomassa

pode ser de origem humana, animal ou vegetal, sendo transformada em biogás e biofertilizante através da biodigestão que, por meio de bactérias anaeróbias, decompõe a matéria orgânica. Este gás pode ser usado como combustível para a geração de energia elétrica, funcionamento de motores e para o conforto térmico de casas e granjas (Portes, 2005). Dentre os modelos de Biodigestores presentes na literatura, destaca-se o modelo indiano, o chinês e o de batelada, os quais são apropriados e mais utilizados em determinadas regiões, de acordo com suas diferentes condições geográficas. Na Figura 1 é representado o biodigestor indiano.

Figura 1: Biodigestor Indiano. Fonte: Bassanezi (1988).



Para Nogueira (1986), Vijay et al. (1996) e Andrade et al. (2002), além da produção de energia, o biodigestor instalado em áreas rurais apresentam vantagens de saneamento rural, reduzem sólidos e microrganismos patogênicos presentes nos efluentes, estimula a reciclagem da matéria orgânica e de nutrientes e permite a higienização das instalações para criação de animais, proporcionando diminuição de moscas e odores. Além disso, o resíduo gerado pelos biodigestores é rico em nutrientes para o solo, podendo ser utilizado no lugar de fertilizantes.

Arruda et al. (2002) afirmam que uma produção eficiente de biogás envolve o conhecimento do tempo de conservação da biomassa no sistema de fermentação, pH, quantidade de água, nutrientes presentes no esterco e nutrientes tóxicos. Qdais et al. (2010) utilizaram redes neurais artificiais e algoritmos genéticos como ferramentas para simular e otimizar o processo de produção de biogás, considerando parâmetros operacionais do biodigestor. Em Marcucci (2018) um sistema dinâmico foi formulado visando o entendimento do processo de biodigestão em biodigestores do tipo batelada. O autor também propôs um modelo de otimização objetivando determinar a temperatura que favoreceria a maximizada produção de biogás. Algoritmo Genético e Memético foram utilizados para resolução do modelo.

Este trabalho contribui com a literatura por propor um modelo de otimização não-linear inteiro misto para auxiliar na escolha de quais biodigestores devem ser colocados em operação, visando a

produção máxima de biogás em propriedades rurais. Uma linearização do modelo proposto também é apresentada e uma simulação é realizada utilizando dados reais. O modelo de otimização foi implementado na plataforma *GAMS versão 24.3.1* através do Solver *CPLEX*.

## 2 FORMULAÇÃO DO MODELO E RESULTADOS COMPUTACIONAIS

No Brasil, as propriedades rurais têm mais de uma fonte de sustentação. Assim, considera-se uma propriedade que crie suínos, bovinos e aves, cuja respectiva produção de biomassa (dejetos) é utilizada para o abastecimento de biodigestores indianos dispostos em série nesta. É de interesse desta propriedade otimizar a produção de biogás que cada biodigestor produz com determinado tipo de matéria prima. O biogás gerado pode ser utilizado, tanto para abastecer energeticamente esta propriedade, quanto para suprir determinadas demandas de mercado.

Para a formulação do modelo não-linear inteiro misto, a biomassa (dejetos) produzida pelos animais são separadas e utilizadas para o abastecimento de  $n$  biodigestores em série, a fim de atender a demanda energética de  $c$  clientes, considerando-se as restrições operacionais do sistema, de acordo com o que segue. O modelo proposto visa investigar e escolher quais dos possíveis  $n$  biodigestores serão utilizados para atender a demanda energética dos  $c$  clientes, a partir da biomassa de  $m$  animais, considerando que a propriedade rural consome em torno de 30% de toda a produção. O modelo não-linear apresentado a seguir, tem por objetivo a maximização da produção de biogás.

$$\text{Maximizar } Z = \sum_{i=1}^n y_i B_i \quad (1)$$

$$\text{Sujeito a: } \sum_{i=1}^n y_i B_i \geq \sum_{k=1}^c q_k \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^n y_i B_i \leq 0,7\bar{B} \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^n y_i B_i = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m y_i x_{ij} p_j Q_j \quad (4)$$

$$x_{ij} \in \mathbb{R}_+, i=1, \dots, n; j=1, \dots, m \quad (5)$$

$$y_i \in \{0,1\}, i=1, \dots, n; \quad (6)$$

No modelo (1)-(6), a função objetivo visa maximizar a produção de biogás  $B_i(m^3)$  pelas escolhas  $y_i$  da utilização do biodigestor  $i$ , como descrito em (1), em um total de  $n$  biodigestores. A restrição (2) garante que a produção de biogás a partir da escolha dos biodigestores  $i$  supra a demanda  $q_k$  solicitada pelo cliente  $k$  mensalmente, considerando-se  $c$  clientes. Em (3), impõe-se que tal produção não ultrapasse o limite de 70% da produção total  $\bar{B}$ , deixando 30% de  $\bar{B}$  para atender as necessidades energéticas da propriedade. O biodigestor  $i$  produz uma quantidade  $B_i(m^3)$  de biogás

por mês, representada pela equação (4) como,  $B_i = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m x_{ij} p_j Q_j$ , na qual  $p_j$  é o coeficiente de produtividade definido de acordo com os dados divulgados na literatura e mostrados na Tabela 1, visando atender os  $c$  clientes que solicitam uma quantidade  $q_k$  em  $m^3$  de biogás. O limite de produção disponível para o atendimento da demanda dos clientes é de 70 % de  $\bar{B}$  (produção total de biogás), representado na inequação (3). Na equação (5),  $x_{ij}$  é uma variável real relativa à porcentagem de biomassa  $Q_j$  produzida pelo animal  $j$  e usado pelo biodigestor  $i$ , considerando-se  $m$  animais. Ao estabelecer e determinar os valores de  $x_{ij}$  o problema se torna linear, podendo ser explorado e resolvido através de métodos exatos ou heurísticos de programação inteira. A variável binária  $y_i$ , utilizada na equação (6), indica se o biodigestor  $i$  está ou não posto em operação para a produção de biogás, ou seja:

$$y_i = \begin{cases} 1, & \text{se o biodigestor } i \text{ for ativado} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

## 2.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

De acordo com Gaspar (2003), o tipo de biomassa (dejetos) influencia na produção do biogás e na qualidade do biofertilizante. Para a simulação numérica a ser realizada consideram-se  $j$  tipos de animais, tal que cada tipo é definido da seguinte forma:  $j = 1$  (vacas),  $j = 2$  (porcos),  $j = 3$  (galinhas). A Tabela 1 mostra a quantidade de biogás, em metro cúbico, que cada tipo de biomassa dos respectivos animais produz por tonelada ( $m^3 \text{ton}^{-1}$ ), num período de 30 a 60 dias de fermentação.

Tabela 1 – Relação entre a quantidade de estrume e a produção de biogás

Tipo de animal	Produção de biogás ( $m^3 \text{ton}^{-1}$ )
Bovino (vacas)	270
Suíno (porcos)	560
Aves (galinhas)	285

Fonte: Sganzerla (1983).

Segundo Gaspar (2003), cada animal produz uma média de biomassa em quilos por dia, como mostra a Tabela 2.

Tabela 2 – Quantidade de biomassa que um animal adulto produz por dia

Tipo de animal	Produção de biomassa diária (kg/dia)
Bovino	10
Suíno	2,25
Ave	0,18

Fonte: Sganzerla (1983).

Os dejetos provenientes de animais bovinos têm um tempo menor de fermentação, o que ocasiona numa produção de biogás mais ágil. Dejetos de origem suína, comparados com bovinos e aves, produzem mais biogás. Já os dejetos das aves são os mais concentrados em termos de nutrientes, o que melhora a qualidade do biofertilizante (Gaspar, 2003).

## 2.2 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Testes computacionais foram realizados com uma fazenda localizada no interior do estado de São Paulo. Para os testes, consideram-se os dados apresentados nas tabelas 1 e 2, para uma propriedade rural contendo 5000 vacas, 500 porcos e 2500 galinhas. Deve-se atender uma demanda de 5 clientes, ou seja  $k = 1, 2, 3, 4, 5$ , que solicitam as quantidades  $q_k$  respectivamente de: 55000, 45000, 70000, 60000, 50000 em metros cúbicos de biogás por mês.

Os valores de  $Q_j$  a partir da Tabela 2 são calculados e mostrados na Tabela 3:

Tabela 3 – Quantidade de biomassa produzida por mês de cada tipo de animal

$Q_j$	Quantidade de biomassa (ton/mês)
$Q_1$	1500
$Q_2$	33,75
$Q_3$	13,5

Fonte: Autor (2020).

A propriedade rural utiliza uma porcentagem  $x_{ij}$  de biomassa  $Q_j$  de cada tipo de animal  $j$ , para distribuir entre os  $i$  biodigestores, em que  $i = 1, \dots, 10$ ;  $j = 1, 2, 3$ . No sentido de linearizar o modelo (1)-(6) e possibilitar a utilização de pacotes computacionais à sua resolução, os valores de  $x_{ij}$  foram estimados como mostra a Tabela 4:

Tabela 4 - Estimativa dos valores de  $x_{ij}$

$i \backslash j$	1	2	3
1	0,1	0,2	0,06
2	0,1	0,15	0,06
3	0,1	0,1	0,06
4	0,1	0,15	0,06
5	0,1	0,1	0,06
6	0,1	0,06	0,2
7	0,1	0,06	0,15
8	0,1	0,06	0,1
9	0,1	0,06	0,15
10	0,1	0,06	0,1

Fonte: Autor (2020).

De acordo com os dados do problema e utilizando os valores mostrados nas tabelas 3 e 4, obtem-se a Tabela 5. Nela,  $W_i = x_{ij}Q_j$ , em que  $i = 1, \dots, 10; j = 1, 2, 3$ , mostra a quantidade, em toneladas, de cada biomassa do animal  $j$  utilizada no biodigestor  $i$ , por mês.

Tabela 5- Quantidade de  $Q_j$  para cada biodigestor  $i$  em tonelada por mês.

$x_{ij}Q_j$ $i$	$x_{i1}Q_1$	$x_{i2}Q_2$	$x_{i3}Q_3$	$W_i$
<b>1</b>	150	6,75	0,81	157,56
<b>2</b>	150	5,0625	0,81	155,8725
<b>3</b>	150	3,375	0,81	154,185
<b>4</b>	150	5,0625	0,81	155,8725
<b>5</b>	150	3,375	0,81	154,185
<b>6</b>	150	2,025	2,7	154,725
<b>7</b>	150	2,025	2,025	154,05
<b>8</b>	150	2,025	1,35	153,375
<b>9</b>	150	2,025	2,025	154,05
<b>10</b>	150	2,025	1,35	153,375

Fonte: Autor (2020).

Ao realizar a multiplicação matricial da Tabela 5 com a Tabela 1 obtém-se a última coluna da Tabela 6, que mostra a quantidade de biogás  $B_i$  produzida em cada biodigestor.

Tabela 6 – Quantidade de biogás produzida pelo biodigestor  $i$  em relação a quantidade  $Q_j$  em  $m^3/mês$

$i$ $j$	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	$B_i(m^3)$
<b>1</b>	40500	3780	230,85	44510,85
<b>2</b>	40500	2835	230,85	43565,85
<b>3</b>	40500	1890	230,85	42620,85
<b>4</b>	40500	2835	230,85	43565,85
<b>5</b>	40500	1890	230,85	42620,85
<b>6</b>	40500	1134	769,5	42403,5
<b>7</b>	40500	1134	577,125	42211,13
<b>8</b>	40500	1134	384,75	42018,75
<b>9</b>	40500	1134	577,125	42211,13
<b>10</b>	40500	1134	384,75	42018,75
$\bar{B}$				427747,5

Fonte: Autor (2020).

Utilizando os valores de  $x_{ij}$  estimados na Tabela 4, de  $W_i$  calculados na Tabela 5, e de  $B_i$  calculados na Tabela 6, no modelo (1)-(6), obtém-se uma simplificação na restrição (4), que se torna

linear com a introdução desses valores e o modelo não-linear (1)-(6) é simplificado e transformado no seguinte modelo de otimização linear inteiro 0-1:

$$\text{Maximizar } z = \sum_{i=1}^{10} y_i B_i \quad (7)$$

$$\text{Sujeito a: } \sum_{i=1}^{10} y_i B_i \geq \sum_{k=1}^5 q_k \quad (8)$$

$$\sum_{i=1}^{10} y_i B_i \leq 300500 \quad (9)$$

$$\sum_{i=1}^{10} y_i B_i = \sum_{i=1}^{10} \sum_{j=1}^3 y_i p_j W_i \quad (10)$$

$$y_i \in \{0,1\}, i=1,\dots,n \quad (11)$$

Na restrição (9) o valor aproximado de 300,5 mil  $m^3$ , equivalente a aproximadamente 70% da produção total de biogás, se dá devido a retirada de aproximadamente 30% da produção total de  $\bar{B}$ , equivalente a 127, 747 mil  $m^3$ , que sustenta energeticamente a propriedade.

Para a solução deste problema foi utilizado o solver *CPLEX* em interface com o *GAMS versão 24.3.1*, obtendo-se os resultados de quais biodigestores serão colocados em operação para a maximização da produção de biogás e atendimento da demanda de energia dos clientes, os quais são apresentados na Tabela 7.

Tabela 7- Solução encontrada pelo solver *cplex* relativa à ativação (ou não) de  $y_i$ .

$i$	$Y_i$	$B_i$
1	1	44510,85
2	1	43565,85
3	0	0
4	1	43565,85
5	0	0
6	1	42403,5
7	1	42211,13
8	0	0
9	1	42211,13
10	1	42018,75
<b>Valor ótimo</b>		300487,06

Fonte: Autor (2020).

De acordo com a Tabela 7 tem-se que, as melhores escolhas de ativação dos biodigestores são representadas por:

$$(y_1, y_2, y_3, y_4, y_5, y_6, y_7, y_8, y_9, y_{10}) = (1, 1, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 1) \quad (13)$$

ou seja, estarão ativos os biodigestores  $i = 1, i = 2, i = 4, i = 6, i = 7, i = 9, i = 10$ . Para esta solução obtém-se a quantidade maximizada de  $300487,06 m^3$  de biogás, atendendo-se as restrições (7) a (11) do modelo linearizado, atendendo a demanda dos 5 clientes e deixando uma sobra para estoque, como mostra a Tabela 8.

Tabela 8 – Relação dos destinos da produção bruta

Destino	Quantidades destinadas ( $m^3$ )
Cliente k = 1	55000
Cliente k = 2	45000
Cliente k = 3	70000
Cliente k = 4	60000
Cliente k = 5	50000
Soma da demanda	280000
Sobra para estoque	20487,06

Fonte: Autor (2020).

Na Tabela 8 observa-se que com a produção de  $300500 m^3$  de biogás as demandas de todos os clientes foram atendidas e houve uma sobra de  $20487,06 m^3$ , que poderá ser envazado e armazenado na propriedade rural para futuras transações ou apenas para o seu consumo interno.

O tempo computacional para resolução deste problema através do Solver *CPLEX* foi de 0,032 segundos.

### 3 CONCLUSÕES

Neste trabalho, um modelo não-linear inteiro misto foi proposto para auxiliar no planejamento da operação de biodigestores do tipo indiano, visando a obtenção da quantidade máxima de biogás através da fermentação de resíduos orgânicos e o atendimento de demandas energéticas de uma área rural (30% da produção) e de clientes (70% da produção). Para a resolução do modelo, uma implementação do modelo linearizado de otimização inteira foi desenvolvida e testada no pacote computacional *GAMS* versão 24.3.1. Esta metodologia permitiu a escolha de quais biodigestores deveriam entrar em operação para a produção de biogás, garantindo as restrições operacionais de uso e de produção da propriedade.

Este trabalho é continuidade da pesquisa desenvolvida e apresentada por Tanaka et al (2017), que formularam um modelo dinâmico não-linear o qual descreve o processo de biodigestão em um biodigestor modelo indiano, permitindo analisar a dinâmica de concentração de microorganismos, da

produção de biogás e da concentração de substrato. Pretende-se, futuramente, explorar essa dinâmica e propor um modelo de otimização multiobjetivo visando atender as demandas de energia diária e de mercado da propriedade rural, de modo que o abastecimento dos biodigestores seja feito para que haja um maior custo benefício da estrutura física deste e/ou uma maior produção de biogás para o atendimento da demanda mensal de clientes e da propriedade. A determinação das dimensões da estrutura física do biodigestor poderá ser feita através da aplicação de métodos determinísticos de otimização, tais como o previsor-corretor primal- dual de pontos interiores/exteriores, baseando-se em Griva (2004), Lima (2013) e Pinheiro et al (2015).

### AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem o apoio financeiro do CNPq (processos 312551/2010-3 e 305548/2019-0), da CAPES (projeto CAPES-PrInt-UNESP -Edital 2/2019) e da FAPESP (processos 2014/20853-0 e 2013/07375-0).

### REFERÊNCIAS

- ANDRADE, M. A. et al. *Biodigestores rurais no contexto da atual crise de energia elétrica brasileira e na perspectiva da sustentabilidade ambiental*. In: Encontro de Energia no Meio Rural, 4., 2002, Campinas. UNICAMP, 2002. 1 CD ROM.
- ARRUDA, M. H., AMARAL, L. P., PIRES, O. P. J., BARUFI, C. R. R. *Dimensionamento de biodigestor para geração de energia alternativa*. Revista Científica Eletrônica de Agronomia, v. 1, n. 2, 2002.
- BASSANEZI, R. C., FERREIRA Jr, W. C. *Equações diferenciais com aplicações*, Harbra ed. São Paulo, 1988.
- BISCARO, A. F. V.; SILVA, H. O. F. *Modelagem matemática para determinação da eficiência da redução de ST e SV na biodigestão anaeróbia*. Revista Energia na Agricultura, Botucatu, vol. 23, n.3, 2008, p.1-15.
- GASPAR, R. M. B. L, *Utilização de biodigestores em pequenas e médias propriedades rurais com ênfase na agregação de valor: um estudo de caso na região de toledo-pr*. Dissertação, Ufcs – Florianópolis. 2003.
- GRIVA I. A. (2004). *Numerical experiments with an interior-exterior point method for nonlinear programming*. Journal of Computational Optimization and Applications, vol. 29, p. 173 – 195, 2004.

LIMA, C. *Métodos híbridos de pontos interiores e de Programação inteira 0-1 para problemas de Custo de colheita da cana-de-açúcar e de Custo de coleta e geração de energia relacionados à sua biomassa* (Mestrado em Engenharia Elétrica) Faculdade de Engenharia de Bauru – Universidade Estadual Paulista. Bauru, 2013.

NOGUEIRA, L. A. H. (1986). *Biodigestão: a alternativa energética*. Nobel São Paulo.

MARCUCCI, L. W. *Otimização da produção de biogás em biodigestores batelada*. Botucatu, 2018. 65 p. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Instituto de Biociências de Botucatu.

PORTES, Z. A.; SILVA, H. O. F., *Aplicativos computacionais para projetos de biodigestores rurais*. Dissertação, Unesp - Botucatu. 2005.

QDAIS, H. A.; HANI, K. B.; SHATNAWI, N. *Modeling and optimization of biogas production from a waste digester using artificial neural network and genetic algorithm*. Resources, Conservation and Recycling, p.359-363, 2010.

SGANZERLA, Edílio. *Biodigestores: uma solução*. Porto Alegre. Agropecuária, 1983.

TANAKA, G. C.; REIS, C. A. ; BALBO, A. R. ; FLORENTINO, H. O. Um modelo matemático de biodigestores, análise de pontos críticos e estabilidade assintótica. In: conferência Brasileira em Dinâmica, Controle e Aplicações - Dincon, 2017, São José do Rio Preto. Anais do Dincon 2017, 2017. p. 1-7.